

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 FÉVRIER 1956.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON BINET.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** présente la médaille à l'effigie de **BENJAMIN FRANKLIN**, frappée par le Congrès de Washington et que M. **DILLON**, Ambassadeur des États-Unis d'Amérique, a remis à M. **ARMAND DE GRAMONT**, pour l'Académie des sciences, au cours de la Cérémonie qui a eu lieu le 6 février.

Notice nécrologique sur ÉMILE BOREL,

par M. **PAUL MONTEL**.

ÉMILE BOREL s'est éteint dans la soirée du 3 février. De quelle immense proie la Mort vient de se saisir ! Le Monde scientifique tout entier est en deuil. La grande famille de ceux qui ont subi son influence ou qu'il a marqués de son empreinte, de ceux qu'il a enseignés par la parole ou par le livre, mesure douloureusement l'étendue de cette perte. Le pays qu'il a si généreusement servi, à qui il a prodigué des dons magnifiques, son intelligence, son talent d'organisateur, son ardent patriotisme, a perdu l'un de ceux qui contribuent le plus à le faire estimer et aimer dans le Monde.

Je voudrais retracer brièvement l'œuvre du savant, celles de l'écrivain, de l'administrateur, du politique. Il en est des hauts sommets de la pensée comme des grandes cimes de la montagne : on ne les connaît bien qu'après en avoir gravi tous les flancs.

Émile Borel est né à Saint-Affrique, dans l'Aveyron, le 7 janvier 1871. Fils du pasteur Honoré Borel, président du Consistoire de cette ville, il suit jusqu'à l'âge de 12 ans les cours de l'école privée que dirige son père. Il entre ensuite au Lycée de Montauban, enfin au Collège Sainte-Barbe à Paris, pour préparer le concours de l'École Normale supérieure où il est reçu en 1889, à 18 ans. Il en sort agrégé. Nommé en 1893 maître de conférences à l'Université de Lille et bientôt docteur ès sciences, il revient

à Paris en 1897, comme maître de conférences à l'École Normale. En 1909, il devient professeur de Théorie des fonctions à la Sorbonne et, en 1920, passe à la chaire de Calcul des probabilités et Physique mathématique.

En 1921, il est élu à l'Académie des Sciences qu'il présidera en 1934. Il a été entre temps, de 1910 à 1920, sous-directeur à l'École Normale. Sa réputation scientifique est devenue universelle. Il appartient à toutes les grandes Commissions qui s'occupent de la recherche scientifique ou de l'enseignement. Les Académies étrangères, les grandes Sociétés savantes du Monde tiennent à honneur de le compter parmi leurs Membres et de l'attacher à leur pays par quelque distinction honorifique. Il a servi le prestige de la France en accomplissant de nombreuses missions à l'étranger, aux Antilles, en Grande-Bretagne, en Chine, aux États-Unis, en Amérique du Sud.

Il est Grand-Croix de la Légion d'Honneur et Membre du Conseil de l'Ordre. Il a été l'an dernier le premier titulaire de la médaille d'or du Centre National de la Recherche scientifique.

Pour parler de son œuvre scientifique, je dois me borner aux découvertes les plus éclatantes, à celles qui caractérisent le plus nettement la forme de son génie créateur.

L'admiration de Borel pour Cauchy, fondateur de l'analyse moderne, n'a cessé de croître à mesure qu'il le connaissait. C'était l'heure où les notions mathématiques étaient soumises à une révision rigoureuse et pénétrante. La théorie des ensembles venait de naître et allait rendre l'analyse plus précise, plus subtile et plus abstraite. Elle devint, sous l'action de Borel, un puissant instrument de travail.

Cauchy n'avait jamais donné de définition générale d'une fonction et n'en éprouvait pas le besoin. On connaissait des fonctions particulières construites à partir des fonctions élémentaires et l'on réunissait, sous le vocable fonction, toutes celles qui étaient connues et celles qui seraient découvertes plus tard. A cette conception de Cauchy s'opposait celle de Dirichlet et de Riemann pour qui la notion de fonction reposait sur la possibilité d'une correspondance entre elle et la variable. Borel va concilier les deux points de vue en montrant que les points singuliers tiennent bien peu de place et que toute fonction peut presque partout être indéfiniment approchée par un polynôme. Presque partout, c'est-à-dire pour toutes les valeurs de la variable sauf pour celles d'un ensemble de mesure nulle. Cette notion d'ensemble de mesure nulle est une des plus fécondes que l'on doive à Borel; elle a conduit, entre les mains de son auteur et de Henri Lebesgue, à la définition complète de la mesure des ensembles.

Cauchy avait aussi créé la théorie des fonctions de variable complexe reposant sur l'existence de la dérivée, sur la monogénéité. Weierstrass introduisit ensuite la notion d'élément analytique, de cellule initiale dont

la prolifération constitue l'être tout entier. Cette notion, d'apparence plus générale, se substitua bientôt à la première. Borel réussit à démontrer que cette prolifération se heurte en général à des barrières infranchissables pour Weierstrass, mais parfois perméables pour Cauchy. Il rétablit ainsi la primauté de la monogénéité sur l'analyticité, de la définition de Cauchy.

C'est encore Cauchy qui a conduit Borel à l'étude des séries divergentes pour lesquelles il crée un mode de sommation exponentielle qui rend de grands services.

Une autre belle découverte concerne le célèbre théorème de Picard sur le nombre des valeurs exceptionnelles d'une fonction entière. Sa démonstration présente un caractère transcendant et, pendant seize ans, les géomètres ont vainement cherché une démonstration directe. En 1896, Borel trouva cette démonstration et sa méthode, qui permit d'élargir la proposition, suscita un grand nombre de travaux ultérieurs en particulier sur la notion de croissance. Cette démonstration marque une date dans la théorie. « Cette théorie, a écrit Paul Painlevé, a fait plus de progrès dans les dix années qui ont suivi que dans les vingt précédentes, où cependant avaient paru les remarquables travaux de Laguerre, Poincaré, Hadamard ».

On peut, dès ces premières découvertes, discerner la profonde tendance de l'esprit de Borel vers le réel et le concret. Elle se manifeste dans ses recherches les plus abstraites. C'est cette poussée intérieure qui va le diriger vers la Théorie des probabilités et les applications à la statistique, à la théorie des jeux, à la Physique mathématique, disciplines où son action n'a pas été moins décisive qu'en Analyse mathématique.

Depuis Bernoulli, on considérait dans le calcul des probabilités, un nombre fini d'épreuves et on cherchait ce que devenaient les valeurs attachées à ce groupe lorsque le nombre des épreuves augmente indéfiniment. Borel adopte comme donnée une suite infinie d'épreuves et calcule la probabilité pour un événement relatif à ces épreuves, de se produire un nombre fini ou une infinité de fois. Il élargit ainsi le champ d'action du Calcul des probabilités et donne de nombreuses applications arithmétiques.

Dans la Théorie des jeux, il est le premier à faire une étude approfondie de ceux où interviennent à la fois le hasard et l'habileté des joueurs. Il en indique les applications à l'art militaire, la vie économique, les finances, la psychologie.

En Statistique, son influence a largement développé, dans les travaux de l'Institut international de Statistique, le rôle du Calcul des probabilités. Membre honoraire de cet Institut, il a tenu, en juillet dernier, à se rendre à une Session de travail tenue au Brésil et à y donner une communication. Ancien président de la Société de Statistique de Paris, un des fondateurs,

en 1922, de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris, il en présidait le Comité de Direction. La valeur philosophique et l'utilité pratique des probabilités l'ont toujours préoccupé comme l'ont montré ses écrits et en particulier le dernier fascicule de son grand Traité.

Son enseignement, solide, vivant, lumineux, entraînait ses auditeurs. Il a heureusement été complété par une foule de publications. Borel a créé et dirigé plusieurs Collections intéressant l'enseignement depuis les éléments jusqu'aux limites de la recherche. Je citerai en particulier la célèbre *Collection de Monographies sur la Théorie des fonctions* où sont exposés ses travaux d'Analyse et à laquelle ont collaboré nombre de ses disciples et de géomètres éminents et le *Traité de Calcul des Probabilités et de ses applications*, somme de nos connaissances dans ce domaine.

Parmi les Ouvrages séparés que domine souvent le point de vue philosophique, je rappellerai seulement : *Les paradoxes de l'infini*; *Le hasard*; *L'espace et le temps*; *Les probabilités et la vie*; *L'évolution de la Mécanique*; *Le jeu, la chance et les théories scientifiques modernes*.

Je n'ai pu donner, de l'œuvre scientifique d'Émile Borel, qu'une image imparfaite. Elle a été honorée par son jubilé scientifique couronnant un demi-siècle de dévouement total à la science et à l'enseignement. Ce jubilé fut célébré le 14 janvier 1940, dans le grand salon de la Sorbonne, sous la présidence de M. Yvon Delbos, ministre de l'Éducation Nationale, devant les délégués des grands corps scientifiques français et étrangers, présents malgré les difficultés de l'heure.

Les travaux mathématiques n'ont pas empêché Émile Borel de mener à bien d'autres créations qui ont mis en lumière son ardeur réalisatrice et son talent d'organisation. Je n'en citerai que deux.

Grâce à une action continue, persévérante, exercée en commun avec Jean Perrin et appuyée par les grands universitaires du pays, la France a été dotée d'une organisation de recherches, puissante et souple, pourvue des moyens financiers indispensables, devenue depuis le Centre National de la Recherche Scientifique dont l'importance ne cesse de croître.

Mais une de ses grandes réussites fut la création de l'Institut Henri Poincaré. Au printemps de 1926, Georges D. Birkhoff, qui séjournait à Paris, me fit part de son désir de créer, avec l'aide de la Fondation Rockefeller, en faveur de la France, un centre de recherches de Physique mathématique. Nous pensâmes aussitôt à nous réunir autour d'une table avec quelques mathématiciens. Émile Borel, heureusement présent, saisit aussitôt la portée de cette offre et, à la fin du repas, les grandes lignes étaient tracées d'un Institut consacré aux Probabilités et aux Théories physiques. Émile Borel s'employa aussitôt de toutes ses forces à sa réalisation. Il obtint de M. de Rothschild les fonds nécessaires qui devaient obligatoirement faire équilibre aux versements américains et, à l'automne 1928, l'Institut était

inauguré par Raymond Poincaré et baptisé du nom de son cousin Henri Poincaré.

L'importance de cette création pour la Science française a été considérable. C'était l'heure où la Physique mathématique, si brillante en France au siècle dernier, était un peu délaissée. Les efforts de Borel à l'Institut Henri Poincaré donnèrent bientôt à cette science, par le concours de personnalités comme celle de M. Louis de Broglie, par des conférences de savants français ou étrangers, par l'activité de séminaires spécialisés, un renouveau qui a remis notre pays à la place qu'il occupait naguère. Émile Borel a eu la joie, avant de disparaître, de voir achevée cette surélévation de deux étages qui en accroît l'activité et en facilite les services.

Émile Borel a joué aussi un rôle important dans la Défense nationale et la vie politique. Pendant la guerre de 1914, il commandait au front une section de repérage par le son. Rappelé au Ministère de la Guerre que dirigeait Painlevé, il fut chargé par lui du Service des inventions intéressant la Défense nationale qu'il organisa. Après la guerre, il entra dans la vie politique en 1924. Maire de Saint-Affrique, conseiller général, il fut élu député de l'Aveyron et le resta pendant douze ans jusqu'en 1936. Il se retira alors de la vie politique après avoir été ministre de la Marine en 1925. Sous l'occupation allemande, en 1941, il fut emprisonné à Fresnes, glorieux châtiment de son attitude résistante. Il avait reçu la Croix de guerre dans le premier conflit et la Médaille de la Résistance avec rosette dans le second.

Mais l'homme politique gardait au cœur l'amour de la science et le désir de la servir. Député, il fit voter cette contribution de l'industrie à la Science (à qui elle doit son existence) qu'on a appelée le « sou des laboratoires », légère fraction de la taxe d'apprentissage qui a été fort utile à notre équipement scientifique. Ministre de la Marine, il donnait aux vaisseaux en construction des noms de savants français, montrant ainsi qu'au sein même des œuvres de guerre, sa pensée demeurait attachée aux grands créateurs des travaux de la paix.

Les succès et les honneurs n'ont jamais altéré en lui une droiture inflexible, une sécurité absolue dans l'amitié, une générosité discrète, une profonde bonté qui se voilait parfois d'une apparente rudesse.

A son foyer s'unissaient harmonieusement deux esprits tournés vers des joies différentes de la pensée mais servis l'un et l'autre par une des plus précieuses qualités humaines : l'imagination. Il semble que leur influence mutuelle ait donné aux romans de l'un la rigueur des analyses psychologiques et de la suite des événements et, aux ouvrages scientifiques de l'autre, le goût de la fantaisie et le sens des images. Tous deux, aux heures graves, se sont consacrés au service du pays, l'un à la Direction des Inventions, l'autre, à la tête d'un hôpital.

Notre Compagnie s'associe respectueusement à la douleur de Madame Émile Borel et offre ses profondes condoléances aux familles Borel et Appell.

La pensée d'Émile Borel continuera longtemps à exercer son influence sur la recherche comme la lumière de ces astres éteints qui continue à se propager dans l'espace. Si l'évocation de cette forme d'immortalité ne peut atténuer notre tristesse, elle l'enveloppe du moins d'une sereine clarté.

GÉOMÉTRIE. — *Approximation des courbes rectifiables par des polygones et intégration.* Note de M. ARNAUD DENJOY

Approximation d'une courbe rectifiable par un polygone situé dans l'une ou l'autre région de la courbe, l'écart mutuel des deux lignes tendant vers zéro, en même temps que la longueur du polygone tend vers celle de la courbe. Application au calcul des intégrales curvilignes.

Je rappelle ces définitions et j'adopte ces notations. M, M' désignent des points, e, e', E des ensembles :

Région = ensemble ouvert connexe. Domaine = région + sa frontière. $\overline{MM'}$ = segment rectiligne et sa longueur. $(\widehat{MM'}, K)$ = arc direct de la courbe K et longueur de cet arc.

ce. (M, r) = cercle, sphère, etc. de centre M et de rayon r ; ci. (M, r) = frontière de ce. (M, r) .

dia. e = diamètre de e ; fr. e = frontière de e .

e épais = mes. $e > 0$; plénitude de $E = e \subset E$ et mes. $(E - e) = 0$; lo. E = longueur de E .

dis. (e, e') , distance de e et de $e' = \min \overline{MM'}$, $M \in e$, $M' \in e'$; éc. (e/e') , écart de e sur $e' = \max [\text{dis. } (e, M'), M' \in e'] = \text{éc.} [\text{fr. } e - (\bar{e}' - \bar{e}, \bar{e}')] = 0$ si $\bar{e}' \subset \bar{e}$ ⁽¹⁾.

écm. (e, e') , écart mutuel de e et de $e' =$ le plus grand de éc. (e/e') et de éc. (e'/e) .

Soit R une région, $\Gamma = \text{fr. } R$, A un point de R , $\varepsilon < \text{dis. } (A, \Gamma)$, $F(A, R, \varepsilon)$ la région majeure contenant A et formée de points M vérifiant $\text{dis. } (M, \Gamma) < \varepsilon$. On voit immédiatement que éc. $[F(A, R, \varepsilon)/\Gamma]$ tend vers zéro avec ε . Sinon, décroissant avec ε , ce nombre surpasserait un $\alpha > 0$ indépendant de ε . La méthode du point limite met en évidence M sur Γ , vérifiant $\text{dis. } [M, F(A, R, \varepsilon)] \geq \alpha$. Dans ce. (M, α) , R a un point N ; A et N peuvent être joints par une ligne brisée l située dans R ; $\text{dis. } (l, \Gamma) = 2\varepsilon' > 0$; $\text{dis. } [M, F(A, R, \varepsilon')] < \overline{MN} < \alpha$, contrairement à notre hypothèse.

Si K est un arc rectifiable, décrit par $M = g(t)$ [t numérique, $a \leq t \leq b$, $g(a) = A$], $s = \text{lo. } (\widehat{AM}, K) (> \text{ et } \lim_{\omega=0} \sum \overline{M_{i-1}M_i}, \text{ si } M_i = g(t_i),$

$$t_0 = a, \quad t_n = b, \quad 0 < t_i - t_{i-1} < \omega \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

$M = f(s)$, $0 \leq s \leq \text{lo. } K$. Si K est fermé, de longueur L , $f(s + L) = f(s)$. Si $e \in K$, lo. e la longueur de l'ensemble des nombres s correspondants.

(1) *Leçons sur le calcul des coefficients des séries trigonométriques*, p. 92.

Si K est une courbe de Jordan (fermée et simple), supposant $0 < s' - s \leq L/2$, avec $M' = f(s')$: 1° Pour $s' - s \geq \delta$, $\varphi(\delta, K) = \min \overline{MM'}$ est > 0 ; 2° ψ étant l'inverse de φ , (φ est continu, et peut-être stationnaire, ψ étant alors discontinu, tous deux non croissants si δ , δ' décroissent) pour $\overline{MM'} \leq \delta'$: $\psi(\delta', K) = \max(s' - s)$ et $\chi(\delta', K) = \max \text{dia.} (\overline{MM'}, K)$ tendent vers zéro avec δ' .

Les théorèmes suivants éclairent la démonstration du théorème de Cauchy-Goursat sur les fonctions holomorphes.

THÉOREME. — Dans le plan U assimilé au plan complexe $z = x + iy$, C et Γ désignant deux courbes de Jordan rectifiables, disjointes, C fixe, Γ variant dans l'une ou l'autre des régions C^+ , C^- de C ; 1° si éc. $(\Gamma/C) = \eta : \lim_{\eta \rightarrow 0} \text{lo. } \Gamma \geq L = \text{lo. } C$; 2° si $\chi(\delta', \Gamma)$ tend vers zéro avec δ' uniformément (indépendamment de η), si $\text{lo. } \Gamma$ est bornée, et si la fonction $F(z)$ est continue dans un domaine D contenant C à son intérieur : $\int_C F(z) dz - \int_\Gamma F(z) dz$ tend vers zéro avec η .

Nous supposons C et Γ chacune pourvue d'un sens de parcours positif (ou direct). Selon un des principes d'une de mes démonstrations du théorème de Jordan ⁽²⁾, si nous plaçons sur C et sur Γ deux suites de points z_k et t_k respectivement ($k = 0, \dots, p$), tels que l'intervalle rectiligne $z_k t_k$ soit disjoint de C et de Γ , l'ordre de succession des points z_k sur C et celui des points t_k sur Γ sont identiques ou inverses. Ils sont les mêmes si, de C et de Γ , l'un est dans la région positive de l'autre, celle-ci étant dans la région négative de la première. Nous supposerons par exemple Γ dans C^+ et C dans Γ^- .

1° d étant positif $< L/3$ et δ quelconque entre d et $L/3$, considérons les arcs de C : $j(\sigma \leq s \leq \sigma + \delta)$, $j'(\sigma - \delta \leq s \leq \sigma + 2\delta)$ et $i(\sigma + 2\delta < s < \sigma + L - \delta) = C - j'$. Quand σ décrit le segment $(0, L)$, le minimum de la distance de i et de j (δ et σ variables) est un nombre positif $\lambda(d)$, non croissant quand d diminue. Si $\eta < \lambda(d)$ et, avec $z = f(s)$, $z' = f(s')$, $0 < s' - s \leq L/2$, de $|z' - z| < \eta$, on conclut que $s' - s < 2\delta$. Car, pour tout intervalle de longueur d contenant z , z' est sur l'intervalle j' correspondant.

Cela étant, attachons à η le plus grand entier p vérifiant : $\varphi(L/p) > 4\eta$, $\lambda(L/p) > \eta$ et enfin $p < 1/\sqrt{\eta}$ [$\eta p = 0$ (1) suffirait]; p , fonction de η , est infini avec $1/\eta$. Sur C plaçons les points $z_k = f(s_0 + kL/p)$ ($k = 0, 1, \dots, p$). Sur Γ soit ζ_k le point le plus proche de z_k et, sur l'intervalle $\overline{z_k z'_k}$, z'_k le point de C le plus proche de ζ_k . D'après éc. $[\Gamma/C] < \eta$, $\overline{z_k \zeta_k} < \eta$ et *a fortiori* $\overline{z'_k \zeta_k} < \eta$. Deux segments quelconques $\overline{z_h z'_h}$, $\overline{\zeta_h \zeta'_h}$ sont disjoints. Car $\overline{\zeta_h \zeta'_h}$ et $\overline{z_h z'_h}$ le sont, en vertu de $\overline{z_k z'_k} > \varphi(L/p) > 4\eta$ et $\overline{\zeta_k \zeta'_k} < \eta$, $\overline{\zeta_h \zeta'_h} < \eta$. Donc l'ordre des z'_k sur C et celui des ζ_k sur Γ sont identiques. D'ailleurs tout arc $[\sigma - L/p \leq s \leq \sigma + (2L/p)]$

⁽²⁾ Konink. Akad. v. Wetenschappen, Amsterdam, *Proceedings*, 21, nos 1 et 2, 29 juin 1918; et *Comptes rendus*, 167, 1918, p. 389.

contient un point z'_k . Mais *a priori*, l'ordre de rencontre des z'_k sur C n'est pas nécessairement celui de leurs indices.

Dans leur ordre de rencontre, les z'_k s'énumèrent en $u_q = f(l_q)$ ($q = 0, \dots, p$, $0 < l_q - l_{q-1} < 3L/p$, $l_p = l_0 + L$), et les ζ_k correspondants, en v_q .

$$\overline{u_{q-1}u_q} < \overline{v_{q-1}v_q} + 2\eta, \quad \Sigma \overline{u_{q-1}u_q} < \Sigma \overline{v_{q-1}v_q} + 2p\eta < l_0 \cdot \Gamma + 2\sqrt{\eta}.$$

$L - \Sigma \overline{u_{q-1}u_q}$ est une fonction infiniment petite de p croissant, donc de η tendant vers zéro; $l_0 \cdot \Gamma - L > -\theta(\eta)$, $\theta(\eta)$ fonction positive et infiniment petite avec η pouvant être calculée. Elle est indépendante de Γ , soumise à la seule condition : éc. $(\Gamma/C) < \eta$. Évidemment $\lim_{\eta=0} l_0 \cdot \Gamma \geq L$, quelle que soit la façon dont varie Γ .

2° Soit $M > |F(z)|$ ($z \in D$), $\mu(\delta)$ le maximum de $|F(z') - F(z)|$ pour $|z' - z| < \delta$; $z, z' \in D$ et $\Lambda > l_0 \cdot \Gamma$. Posons :

$$\left. \begin{aligned} I &= \int_C F(z) dz, & I_q &= \int_{u_{q-1}}^{u_q}, & I'_q &= F(u_q)(u_q - u_{q-1}) \\ J &= \int_\Gamma F(z) dz, & J_q &= \int_{v_{q-1}}^{v_q}, & J'_q &= F(v_q)(v_q - v_{q-1}) \end{aligned} \right\} \quad (q = 1, \dots, p).$$

D'après $l_q - l_{q-1} < 3L/p = \omega_\eta$, $I_q = I'_q + \theta\mu(3L/p)(l_q - l_{q-1})$, $|\theta| < 1$; $\overline{v_{q-1}v_q} < \omega_\eta + 2\eta$, donc dia. $(\widehat{v_{q-1}v_q}, \Gamma) < \chi(\omega_\eta + 2\eta, \Gamma)$. Mais, indépendamment de Γ , $\chi(\delta', \Gamma) < \nu(\delta')$ tendant vers zéro avec δ' . Donc dia. $(\widehat{v_{q-1}v_q}, \Gamma) < \nu_\eta$, ν_η tendant vers zéro avec η ; $|J_q - J'_q| = \theta'\mu(\nu_\eta)l_0 \cdot (\widehat{v_{q-1}v_q}, \Gamma)$, $|\theta'| < 1$. $I - J = \Sigma(I_q - J_q) = \Sigma(I'_q - J'_q) + \theta''\mu(\nu_\eta)(L + \Lambda)$ et $\lim_{\eta=0} (I - J) = \lim_{\eta=0} \Sigma(I'_q - J'_q)$;

$$\begin{aligned} I'_q - J'_q &= [F(u_q) - F(v_q)](u_q - u_{q-1}) + F(v_q)[(u_q - v_q) - (u_{q-1} - v_{q-1})], \\ |I'_q - J'_q| &< \mu(\eta)(l_q - l_{q-1}) + 2M\eta; \quad \Sigma |I'_q - J'_q| < \mu(\eta)L + 2Mp\eta. \end{aligned}$$

Or $p\eta = o(1)$. Finalement $I = \lim_{\eta=0} J$.

Dans un espace cartésien, soit K une courbe rectifiable [$M(x) = f(s)$] de longueur l . D'après un théorème de Lebesgue, les inégalités $|x'_i - x_i| < |s' - s|$ entraînent que sur une plénitude E_0 de K, dM/ds existe. Mais on néglige habituellement de montrer que, sur une plénitude $E \subset E_0$ de K, $|dM/ds| = 1$. Soit h l'ensemble $|dM/ds| < 1$. Si $l_0 \cdot h > 0$, $\alpha > 0$ existe tel que $h(\alpha)[|dM/ds| < 1 - 2\alpha]$ est épais. Dans $h(\alpha)$ existe un $h(\alpha, \eta)$ épais et fermé, défini par : $\overline{MM'}/|s' - s| \leq 1 - \alpha$ si $0 < |s' - s| \leq \eta$, $M \in h(\alpha, \eta)$, $M' = f(s')$; $l_0 \cdot h(\alpha, \eta) = \mu > 0$. Soit s_i ($1 \leq i \leq n$) vérifiant $s_0 = 0$, $s_n = l$, $0 < s_i - s_{i-1} < \omega < \eta$; $M_i = f(s_i)$. Si l'arc-segment $(\widehat{M_{p-1}M_p}, K)$ est joint à $h(\alpha, \eta)$, $\overline{M_{p-1}M_p} < (1 - \alpha)(s_{p-1} - s_{p-1})$. Or $\Sigma(s_p - s_{p-1}) > \mu$. On en conclut $\Sigma \overline{M_{i-1}M_i} < l - \alpha\mu$, ce qui est impossible, le premier membre tendant vers l pour $\omega = 0$.

La proposition suivante fournit une application du théorème de Vitali ⁽³⁾.

⁽³⁾ Voir mon étude dans l'*American Journal of Mathematics*, Vol. LXXIII, n° 2, Avril 1951, p. 314-356; *Articles et Mémoires*, II, p. 765-807.

THÉOREME. — *C étant une courbe de Jordan plane et rectifiable, il existe dans chacune des régions C^+ , C^- de C, des polygones variables P, P' dont l'écart mutuel avec C tend vers zéro et dont la longueur tend vers celle de C.*

ε étant un nombre positif donné, soit G la famille des arcs-intervalles γ ou ab de C ainsi caractérisés : γ est contenu dans un rectangle ouvert R (γ) ou $mm' n' n$, a étant sur mm' , b sur nn' (d'où résulte $\gamma > mn$); le côté mn est dans C^+ , le côté $m' n'$ dans C^- , $mm' = nn' = \varepsilon mn = \varepsilon m' n'$.

Soit E la plénitude de C où $|dz|/ds = 1$. Je dis que la famille G couvre indéfiniment (aux sens métrique et topologique) E. Soit $\zeta = f(\sigma)$ un point de E, $(dz/ds)_{s=\sigma} = e^{i\varphi}$; r_1 existe tel que, pour $|s - \sigma| \leq r_1$:

$$z - \zeta = (s - \sigma) e^{i\varphi} (1 + \delta\varepsilon) \left(1 + \delta' \frac{i\delta}{2} \right),$$

δ, δ' réels et $\delta^2, \delta'^2 < 1$. Donc $|z - \zeta| > |s - \sigma| (1 - \varepsilon)$ et z est dans l'angle $\nu = \nu(\zeta, \varepsilon)$ limité par les demi-droites $(z - \zeta) e^{-i\varphi} = t (1 \pm i\varepsilon/2)$ (t réel), l'ouverture de ν étant sensiblement ε . Soit $\omega(\rho) = \omega(\zeta, \varepsilon, \rho)$ le couple de secteurs, opposés par leur sommet ζ , découpé par ν dans $ce.(\zeta, \rho)$; $\omega(\rho)$ est fermé par deux arcs de ci. (ζ, ρ) , savoir $\widehat{\mu\mu'}$ (direct) vers les $s < \sigma$ et $\widehat{vv'}$ (rétrograde) vers les $s > \sigma$. Si $r_2 = r_1 (1 - \varepsilon)$, l'arc $(\sigma - r_1 \leq s \leq \sigma + r_1)$ de C parcouru à partir de ζ dans un sens ou dans l'autre sort de $\omega(r_2)$ par un premier point α sur $\widehat{\mu\mu'}$, un premier point β sur $\widehat{vv'}$. L'arc $(\alpha\zeta\beta, C)$ est dans $\omega(r_2)$. L'arc complémentaire $(\beta\alpha, C)$ est à distance positive r_3 de ζ . Si $r < r_3$, la totalité de C située dans $ce.(\zeta, r)$ est contenue dans $\omega(r)$. Soient $\widehat{mm'}, \widehat{nn'}$ les arcs de ci. (ζ, r) fermant $\omega(r)$. Remplaçons-les par leurs cordes. Nous formons un rectangle R; a et b étant les premiers points de rencontre de C parcouru à partir de ζ avec $\overline{mm'}$ et $\overline{nn'}$, les triangles (fermés) $m\zeta n$ et $m'\zeta n'$ ne contiennent aucun autre point de C autre que ζ ; mn est dans C^+ , $m' n'$ dans C^- . D'après $r_1 < 1$, tout point de R est distant de C de moins de ε ; $\gamma = (ab, C)$, avec $R(\gamma) \equiv R$, remplit les conditions des arcs de G. Notons que lo. $(C^+. \text{ fr. } R)$ et lo. $(C^- \text{ fr. } R)$ sont $< mn (1 + 2\varepsilon) < \gamma (1 + 2\varepsilon)$.

r étant quelconque inférieur à r_3 , la famille des arcs γ que nous avons définis et qui appartiennent à G couvre indéfiniment ζ ; G couvre indéfiniment E. Il existe donc une collection dénombrable Γ d'arcs γ_i , disjoints, couvrant une plénitude E_1 de E, donc de C; $C - \Gamma = \varpi$ est fermé et lo. $\varpi = 0$. On peut trouver p tel que $L - (\gamma_1 + \dots + \gamma_p) < \varepsilon/16$ ($L = \text{lo. } C$); $C - \Sigma \gamma_i (1 \leq i \leq p)$, contenant ϖ , est formé d'arcs-segments u , de points isolés j , en nombre total égal à p . Entourons chaque arc-segment u d'un carré ouvert c ayant pour centre le milieu de u et pour côté le double du diamètre de u ; $\Sigma \text{ lo. (fr. } c) < \varepsilon/2$. Formons les carrés ouverts c' de côté $\varepsilon/(2p)$ ayant les points j pour centres. $\Sigma \text{ lo. (fr. } c') < \varepsilon/2$. Soit $R_i = R(\gamma_i)$ ou $m_i m'_i n'_i n_i$;

$$\sum_{i \leq p} \text{lo.}(C^+ \text{ fr. } R_i) < \Sigma \gamma_i (1 + 2\varepsilon) < L(1 + 2\varepsilon).$$

Même conclusion si l'on remplace C^+ par C^- . Soit $H = \sum_{i \leq p} \text{fr.} R_i + \Sigma \text{fr.} c + \Sigma \text{fr.} c'$;
 $\text{lo.}(C^+.H)$ et $\text{lo.}(C^-.H)$ sont $< L + \varepsilon(2L + 1)$.

La courbe C est tout entière dans l'ensemble ouvert $V(\varepsilon) = \sum_{i \leq p} R_i + \Sigma c + \Sigma c'$;
 $V(\varepsilon)$ est une région parce que tout point de $V(\varepsilon)$ peut être joint à C par un intervalle rectiligne, inférieur à ε en longueur [donc éc. $[C/V(\varepsilon)] < \varepsilon$] et inclus dans $V(\varepsilon)$; $F(A, C^+, \varepsilon)$ et $F(B, C^-, \varepsilon)$, A étant fixe dans C^+ , B fixe dans C^- , sont dans deux régions S, S' de $U - V(\varepsilon)$, S et S' sont limitées par des polygones *simples* (conséquence de la biconnexité du plan) P et P' ; ceux-ci, inclus respectivement dans $C^+.H$ et dans $C^-.H$ ont des longueurs inférieures à $L + \varepsilon(2L + 1)$; quand ε tend vers zéro, ces longueurs, dont la plus petite limite vaut au moins L , tendent vers L ; d'autre part, éc. $[F(A, C^+, \varepsilon)/C]$ et éc. $[F(B, C^-, \varepsilon)/C]$ tendant vers zéro avec ε , la proposition est entièrement établie.

P (mêmes considérations pour P') est un polygone unique, en tant que partie commune aux frontières de deux régions [P est la frontière, totale pour la région de $U - V(\varepsilon)$ contenant A , et partielle pour $V(\varepsilon)$]. Pour rejeter l'hypothèse des sommets doubles de P , même raisonnement que dans le cas des polygones d'approximation d'un continu, tirés d'un quadrillage du plan.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Associations phénaziniques colorées. — Le cas des N-méthylphénazinones (pyocyanine et parapyocyanine). La semiquinone pyocyanique.*
 Note de MM. CHARLES DUFRAISSE, ANDRÉ ÉTIENNE, EDMOND TOROMANOFF et YVES FELLION.

Deux hydrures particulièrement autoxydables, les leucodérivés correspondant à deux phénazinones isomères (pyocyanine et parapyocyanine) sont isolés à l'état cristallisé. On met en évidence l'absence d'association moléculaire entre ces formes réduites et oxydées. Cependant, en milieu neutre, est isolé pour la première fois un corps intermédiaire radicalique, stable sans salification : la semiquinone pyocyanique.

Nous avons étendu aux deux N-méthylphénazinones, I et II, nos recherches antérieures ⁽¹⁾ sur les associations moléculaires colorées entre les phénazines et leurs N-dihydrures des séries hydroxylées et méthoxylées α et β .

La question restait posée de savoir si les colorations intenses de certains antibiotiques à structures phénaziniques pouvaient être dues à un type particulier d'association. Un tel exemple était déjà fourni par la chlororaphine, pigment vert sécrété par *Bacillus chlororaphis* ⁽²⁾.

L'une des deux phénazinones étudiées, la pyocyanine, I, matière colo-

⁽¹⁾ C. DUFRAISSE, E. TOROMANOFF et Y. FELLION, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1673.

⁽²⁾ C. DUFRAISSE, A. ÉTIENNE et E. TOROMANOFF, *Comptes rendus*, 235, 1952, p. 920.

rante des suppurations bleues (*Pseudomonas aeruginosa*), présente un grand intérêt chimique et biologique. Indicateur d'oxydo-réduction, elle possède en outre, un pouvoir connecteur entre deux systèmes de ferments redox ⁽³⁾. Son isomère, II, la N-méthylaposafranone, ou « parapyocyanine », n'a pas les mêmes propriétés.

Nous avons d'abord préparé, en opérant à l'abri complet de l'oxygène, les leucodérivés cristallisés, III et IV, correspondant à la pyocyanine, I, et à son isomère, II. Le premier, III, celui de la pyocyanine, n'avait été qu'entrevu, mais il n'avait pas été obtenu à l'état cristallisé à cause de sa grande facilité d'autoxydation. Quant au second, IV, celui de la parapyocyanine, il n'était pas encore connu. La méthyl-10 dihydro-9.10 hydroxy-1 phénazine (leucopyocyanine), III, $C_{13}H_{12}ON_2$, F sous vide 72-75° (alcool méthylique), plaquettes légèrement colorées en vert, a été obtenue par hydrogénation catalytique (nickel de Raney) de la pyocyanine, I, elle-même préparée selon Wrede et Strack ⁽⁴⁾. La grande affinité de ce leucodérivé pour l'oxygène nous a mis dans l'obligation d'opérer la détermination de son point de fusion au bain d'acide, parce qu'il a fallu mettre le produit dans un tube scellé sous vide. L'oxygène, presque inévitable en traces, est la cause de la très faible coloration verte de la leucopyocyanine, coloration qui correspond à une minime oxydation superficielle des cristaux en corps vert, étudié plus loin. La méthyl-10 dihydro-9.10 hydroxy-3 phénazine (leucoparapyocyanine), IV, $C_{13}H_{12}ON_2$, F 160-163° (alcool éthylique), plaquettes incolores, a été préparée par hydrogénation (nickel de Raney) de la parapyocyanine, II, elle-même obtenue suivant la méthode de F. Kehrmann et F. Cherpillod ⁽⁵⁾.

On a déterminé par l'iode les pouvoirs réducteurs, avec toutes les précautions indispensables contre l'oxygène ambiant; en plus, dans le cas de la pyocyanine dont la coloration bleue masque les virages, on a dû extraire l'iode libre (par S_2C) pour le titrer à part en fin d'opération. Les résultats correspondent, avec des écarts n'atteignant que 1 % au maximum, à deux hydrogènes oxydables par unité phénazinique.

Ayant en mains ces dihydrures, on n'a pas manqué de rechercher s'ils ne donnaient pas d'associations cristallines, à colorations intenses, avec le terme non hydrogéné correspondant, comme on l'a observé antérieurement avec nombre de corps phénaziniques ⁽⁶⁾.

Opérant entièrement à l'abri de l'air, on a mouillé d'alcool éthylique une série de mélanges, où, les poids du constituant hydruré restant fixes

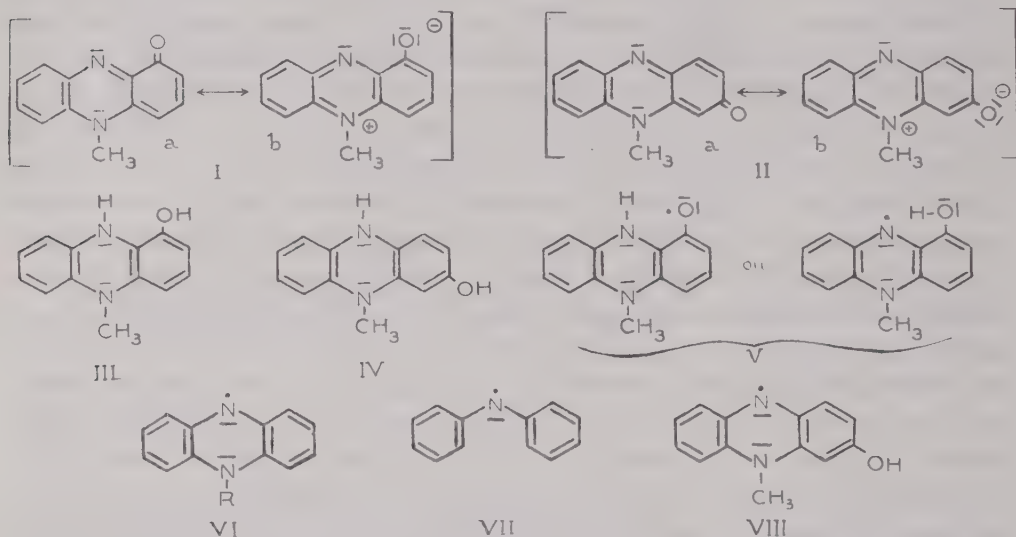
⁽³⁾ B. FLASCHENTRÄGER et E. LEHNARTZ, *Physiologische chemie*, Erster band, 1951, p. 1235.

⁽⁴⁾ *Org. Synth.*, 26, p. 86.

⁽⁵⁾ *Helv.*, 7, 1924, p. 973.

⁽⁶⁾ E. TOROMANOFF, *Thèse*, Paris (sous presse). On y trouvera une bibliographie détaillée.

et égaux à 1, ceux du constituant non hydruré variaient de 1 à 9, de façon à balayer tout le secteur des proportions susceptibles, d'après l'exemple des autres corps phénaziniques, de faire apparaître les cristaux d'une association, quelle qu'en puisse être la composition. En aucun cas, pas plus pour la pyocyanine, I, que pour son isomère para, II, on n'a observé d'autres cristaux que ceux des deux constituants séparés.



Au lieu de mélanger le corps et son hydrure, comme il vient d'être dit, on peut également opérer en partant de l'un ou de l'autre des deux constituants que l'on hydrogène, ou bien que l'on déshydrogène, progressivement. Quand on a ainsi procédé, dans le passé (⁶), avec les corps phénaziniques ordinaires, les résultats ont été les mêmes que par la méthode des mélanges, c'est-à-dire que l'on obtient les cristaux fortement colorés de l'association moléculaire, surmontés d'une liqueur mère sans autre coloration que celles des constituants séparés.

Avec la pyocyanine, au contraire, un fait entièrement nouveau s'est manifesté : l'hydruration partielle du colorant (nickel de Raney), tout comme l'oxydation ménagée de son leuco (par O_2 atmosphérique), déterminent dans les liqueurs une coloration verte intense due à la production d'un composé intermédiaire entre la pyocyanine et son dihydride. Ce corps a pu être isolé en prenant d'extrêmes précautions contre l'oxygène atmosphérique. Il se présente en prismes vert très foncé, relativement stables à l'état sec. Recristallisé dans l'alcool, il fond instantanément à $92-94^\circ$ (au bloc Maquenne), alors que la pyocyanine et son dihydride, qui l'encadrent par leurs compositions, fondent respectivement à $197-198^\circ$ (fusion instantanée au bloc Maquenne) et à $72-75^\circ$ (en tube scellé sous vide).

L'individualité des cristaux du nouveau corps ne fait donc pas de doute; en particulier à l'état sec, ils paraissent plus stables à l'air que ceux du dihydrure. La composition a été déterminée par titrage à l'iode de l'hydrogène labile par la même technique et les mêmes précautions que pour les dihydrures. Elle l'a été également par la technique de la formation par hydrogénation. Il y a un hydrogène labile par molécule pyocyanique (écarts relatifs 3 à 7 %).

Le composé vert est donc bien l'intermédiaire entre la pyocyanine et son dihydrure. Comme nos expériences excluent de la manière la plus formelle une association entre ces deux corps, il faut en conclure que le corps vert est monomoléculaire et résulte de la fixation d'un seul atome d'hydrogène par molécule de pyocyanine. Par suite, sa constitution est du type semiquinoïde, c'est-à-dire radicalique, V. On en a eu la confirmation par le phénomène de la résonance paramagnétique, étudié au spectrographe hertzien ⁽⁷⁾.

C'est le moment de rappeler que L. Michaelis ⁽⁸⁾, d'une part, et B. Elema ⁽⁹⁾, d'autre part, étudiant l'hydrogénation de la pyocyanine en solution acide, avaient démontré la production d'un intermédiaire semiquinoïde. Le produit en question, qui n'a d'ailleurs pas été isolé, devait être le sel mériquoïde du corps vert que nous décrivons.

De leur côté R. Kuhn et K. Schön ⁽¹⁰⁾, oxydant la leucopyocyanine par le tétroxyde de chlore avaient obtenu à l'état cristallisé un perchlorate de pyocyaninium, auquel les mesures de magnétisme avaient permis d'attribuer la constitution d'un sel semiquinoïde.

Il convient de mentionner aussi, dans un ordre d'idée apparenté, le « phénazyle », VI, de Mc Ilwain ⁽¹¹⁾, radical appartenant plutôt, il est vrai, à la série des diarylazotes, VII, qu'à celle des semiquinones.

Le produit vert que nous présentons est donc, à notre connaissance, le premier corps de structure semiquinoïde, isolé à l'état cristallisé et qui ne soit pas stabilisé par salification.

Chose singulière, il n'a pas été possible de retrouver l'intermédiaire correspondant avec l'isomère para, ni même seulement d'en entrevoir la formation éphémère, ne serait-ce que par quelque anomalie fugace de coloration, et ceci pas plus dans l'hydrogénation de la parapycyanine, II, que dans l'oxydation de son dihydrure, IV ⁽¹²⁾.

(7) Détermination effectuée par M. Uebersfeld.

(8) *Naturw.*, 19, 1931, p. 461.

(9) *Rec. Trav. chim. Pays-Bas*, 50, 1931, p. 807-826.

(10) *B.*, 68-II, 1935, p. 1537-1539.

(11) *J. Chem. Soc.*, 1937, p. 1704-1711.

(12) D'après les mesures des potentiels d'oxydoréduction de Preisler et Hempelmann (*J. Am. Chem. Soc.*, 59, 1937, p. 141) la forme semiquinoïde existerait en solutions acides, donc à l'état salifié.

La semiquinone ortho, V, se trouve ainsi avoir une stabilité exceptionnelle, dont la cause pourrait être, au moins pour une part, la chélation de l'hydrogène ⁽¹³⁾, possible en ortho, V, et manifestement impossible en toute autre position de l'oxygène. Toutefois cette cause de stabilité n'est probablement pas la seule, ni peut-être même la principale, comme le montre l'existence du phénazyle, VI, où le phénomène de chélation n'intervient pas. On ne voit pas, en effet, pourquoi, sous la forme hydroxyphénazyle, VIII, la parasemiquinone n'aurait pas la faculté d'apparaître et de subsister au moins quelques instants. Il y a là, en tout cas, une nouvelle preuve que phénazyle et semiquinone pyrocyanique appartiennent à deux classes entièrement différentes de radicaux libres.

Si la production d'une semiquinone semble somme toute assez naturelle chez une phénazinone, en raison de son caractère partiellement quinoïde, I a, on a plus de mal à comprendre pourquoi ni l'une ni l'autre des deux phénazinones isomères ne s'avère apte à former d'association avec son dihydrure, ce qui est pourtant une propriété commune aux deux formes électromères principales, aussi bien aux formes quinoniques, I a et II a, qu'aux formes phénaziniques, I b et II b.

CYTOLOGIE. — *L'appareil parabasal et l'appareil de Golgi sont un même organite. Leur ultrastructure, leurs modes de sécrétion.* Note de M. PIERRE-P. GRASSÉ.

L'appareil parabasal est un organite cellulaire caractéristique des Zooflagellés et de certains Phytollagellés (Cryptomonadines). Par les techniques cytologiques et la microscopie optique, on a précisé sa morphologie et son mode de reproduction depuis plusieurs années ⁽¹⁾, ⁽²⁾.

Duboscq et Grassé (1925) ont établi son homologie avec l'appareil de Golgi des cellules sexuelles, lequel se présente sous la forme de dictyosomes dispersés dans le cytoplasme ou rassemblés autour du centrosome (idiozome). Le problème s'était obscurci, du fait que certains cytologistes (Parat et autres) assimilaient l'appareil de Golgi à des vacuoles et séparaient de celui-ci les dictyosomes qu'ils faisaient dériver des mitochondries. Aujourd'hui, nous savons que ces interprétations sont fautives et nous avons montré, tout récemment ⁽³⁾ (1955), que l'appareil de Golgi n'a rien à voir avec le chondriome ni avec les vacuoles.

⁽¹³⁾ Cette idée a été émise par M. Kirmann lors d'une discussion orale au Congrès de Zurich (juillet 1955).

⁽¹⁾ O. DUBOSCQ et P.-P. GRASSÉ, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 477.

⁽²⁾ O. DUBOSCQ et P.-P. GRASSÉ, *Arch. Zool. exp. et gén.*, 73, 1933, p. 381-621.

⁽³⁾ P.-P. GRASSÉ, N. CARASSO et P. FAVARD, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1243.

L'application de la microscopie électronique comparativement aux Zooflagellés et aux cellules sexuelles permet aujourd'hui de donner au problème une solution dépourvue de toute ambiguïté.

Les Flagellés utilisés sont des symbiotes de Termites, choisis parce que nous les avons en abondance et parce que nous connaissons bien leur structure. Ce dernier point est la condition indispensable à l'interprétation correcte des coupes ultraminesces (200-300 Å). Deux *Foaina* (*F. dogieli* et *F. grassii*), *Trimitus divergens* et *Joenia annectens* symbiotes de *Calotermes flavicollis* et *Pyrsonympha flagellata* symbiote de *Reticulitermes lucifugus* nous ont fourni l'essentiel de notre matériel.

L'appareil parabasal, dans toutes les espèces précitées, affecte la même structure. Il se compose de lamelles doubles, ou mieux saccules aplatis disposées les unes contre les autres à la façon des feuillets d'un livre. Les lamelles sont au nombre de 26 à 32 dans les parabasalies de *Joenia annectens*, au-dessus de 20 chez *Foaina dogieli*, de 10 à 12 chez *Foaina grassii*, d'une vingtaine chez *Pyrsonympha flagellata* et chez le minuscule *Trimitus divergens* (*).

Il s'agit bien de saccules plats, de sachets empilés les uns contre les autres et non de faisceaux de tubules, car dans aucune préparation nous n'avons observé de sections circulaires ou ovalaires; aspects qui devraient se rencontrer étant donné le nombre élevé des coupes examinées par nous, coupes dont la plupart doivent être obliques.

Les saccules sont limités par une membrane qui mesure environ 80 Å d'épaisseur. Entre les deux parois, aplaties l'une contre l'autre, règne un espace qui apparaît en clair sur les préparations (Pl. I et II). Sur leurs bords latéraux, les saccules se gonflent parfois très fortement; un tel aspect se voit très nettement sur les figures 1 à 4. On a l'impression, sinon la

(*) L'appareil parabasal de *Trichomonas muris* a été vu par E. Anderson⁽⁵⁾ (1955) qui le décrit comme un faisceau de filaments. Les photographies qu'accompagnent le texte de cet auteur montrent que la fixation du Flagellé est médiocre et ne permet absolument pas de comprendre la structure de cet organe.

En vérité, Wolken et Palade⁽⁶⁾ sont les seuls cytologistes à avoir vu correctement l'appareil de Golgi des Protistes à l'aide du microscope électronique. En 1953, ils ont signalé chez une Euglène (*Poterochromonas stipitata*) une formation qu'il nomme « reticulum endoplasmique », pour des raisons qui nous échappent complètement car les photographies ne montrent pas du tout un réseau, et qui représente un dictyosome. Ces auteurs n'auraient eu aucune peine à en établir l'homologie s'ils avaient connu les travaux français (Grassé et Hollande⁽⁷⁾, 1941; Hollande⁽⁸⁾, 1942).

(5) E. ANDERSON, *J. of Protozool.*, 2, 1955, p. 114-124.

(6) J.-J. WOLKEN et G. E. PALADE, *Ann. N. Y. Acad. Sc.*, 56, 1953, p. 873-882.

(7) P.-P. GRASSÉ et A. HOLLANDE, *Arch. Zool. exp. et gén.*, 82, 1941, p. 301-319.

(8) A. HOLLANDE, *Arch. Zool. exp. et gén.*, 38, 1942, p. 73-170.

certitude, qu'aux bords des saccules, et à leur intérieur s'élaborent des vésicules qui tombent dans le cytoplasme. Tous les nombreux parabasaux que nous avons observés montrent cette structure. On peut en déduire que tous sécrètent abondamment, même pendant l'interphase.

Nous avons observé un autre aspect de la sécrétion, à l'extrémité opposée à l'insertion sur le filament parabasal, les lamelles se gonflent beaucoup sur toute leur longueur et leur contour devient très irrégulier. Les lamelles ainsi gonflées se segmentent et donnent de grandes vésicules qui manifestement correspondent à la substance chromophobe montrée par le microscope optique. Il n'y a guère de doute que la substance chromophobe provienne d'une transformation de la substance même des lamelles les plus distales.

Nous attribuons ainsi deux types d'activité élaboratrice à l'appareil parabasal : 1° l'émission des vésicules latérales ; 2° la transformation vésiculaire des lamelles distales.

En conséquence, normalement, un parabasal perd ses lamelles distales : on peut supposer qu'il en acquiert de nouvelles dans la région proximale, au voisinage du filament parabasal, mais de ce processus nous n'avons nulle preuve. Rappelons qu'au cours de la mitose, chez de nombreux Flagellés, l'appareil parabasal subit une fonte partielle et bien souvent se forme *de novo* dans l'un des individus-fils ⁽⁹⁾, ⁽¹⁰⁾.

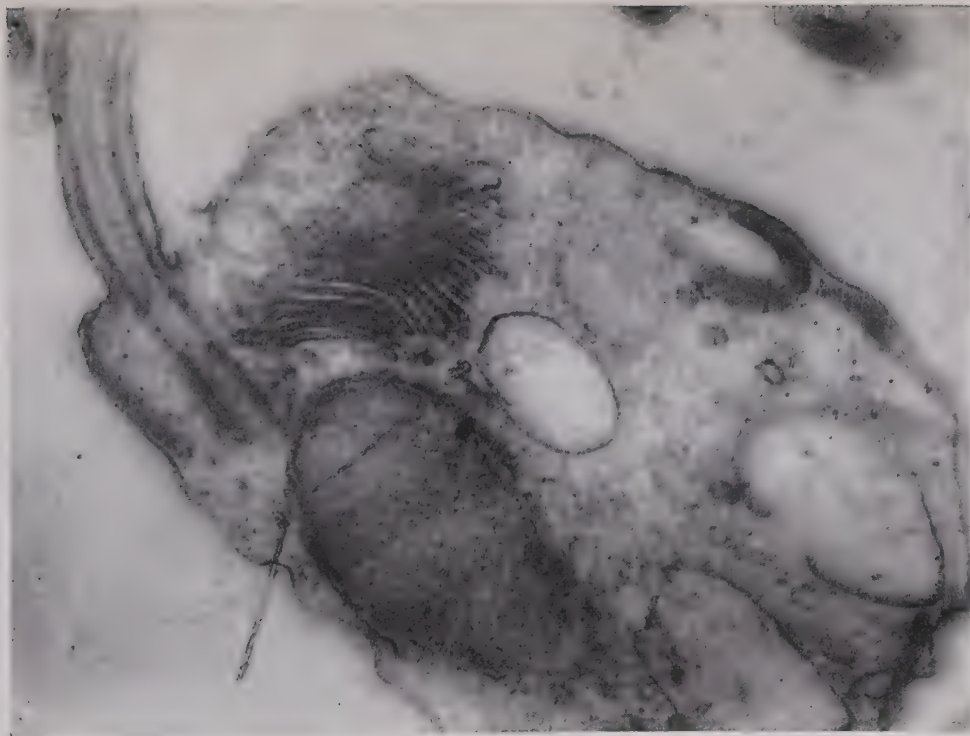
Dans une *Joenia* adulte, le nombre des parabasalies peut dépasser la cinquantaine. On peut juger par là de l'importance des surfaces intervenant dans la sécrétion et l'intensité de cette dernière.

Si l'on compare l'appareil parabasal aux dictyosomes des cellules sexuelles, on ne peut pas ne pas être frappé par leurs étroites similitudes. La figure 5 (*pl.* II), nullement choisie pour les besoins de notre cause, représente deux beaux dictyosomes d'un ovocyte I d'Escargot. Qui ne serait pas prévenu de leur origine ne pourrait les séparer des parabasaux ; nous avons d'ailleurs tenté cette épreuve sur plusieurs personnes et l'impossibilité de distinguer parabasaux et dictyosomes, considérés isolés du reste de la cellule, est apparue clairement.

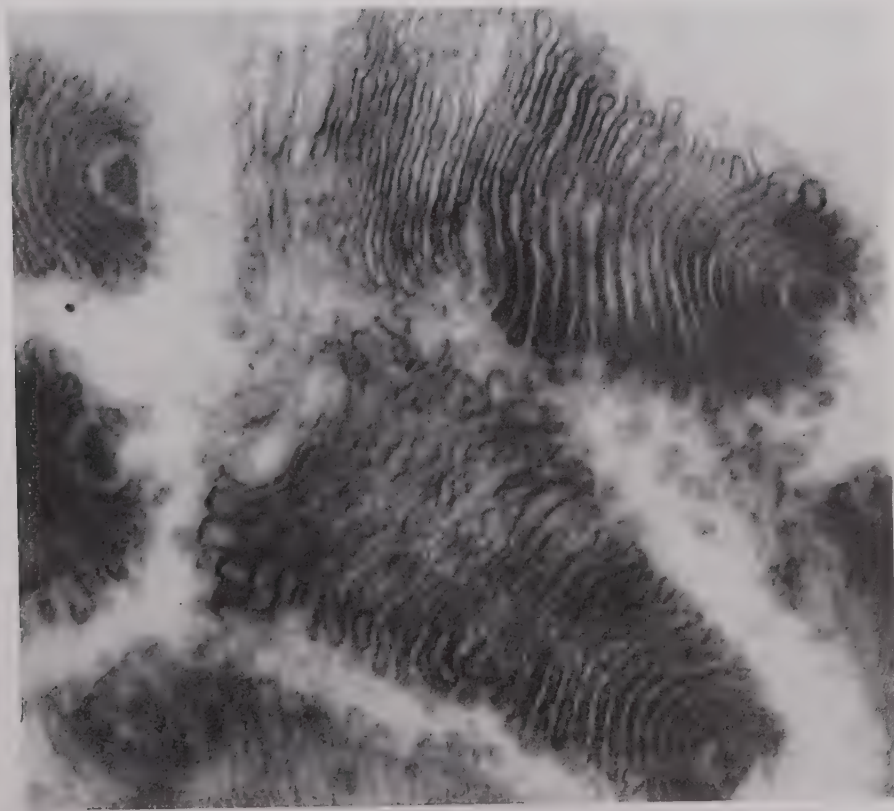
En fait, parabasaux et dictyosomes, c'est-à-dire appareil de Golgi, ont la même structure et, aujourd'hui nous pouvons l'affirmer, les mêmes modes de sécrétion : émission de vésicules latérales, nommées par nous vésicules chromophobes dans notre Note de 1955 ⁽³⁾ et dissociation des lamelles distales (logées dans la concavité de la barquette que forment les lamelles superposées du dictyosome). Celles-ci au cours de la formation de l'acrosome montrent en toute netteté la dissociation vésiculaire qui se voit

⁽⁹⁾ P.-P. GRASSÉ et A. FAURE, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1893.

⁽¹⁰⁾ P.-P. GRASSÉ, *Traité de Zoologie*, I, fasc. 1, 1952, p. 65-68.



1



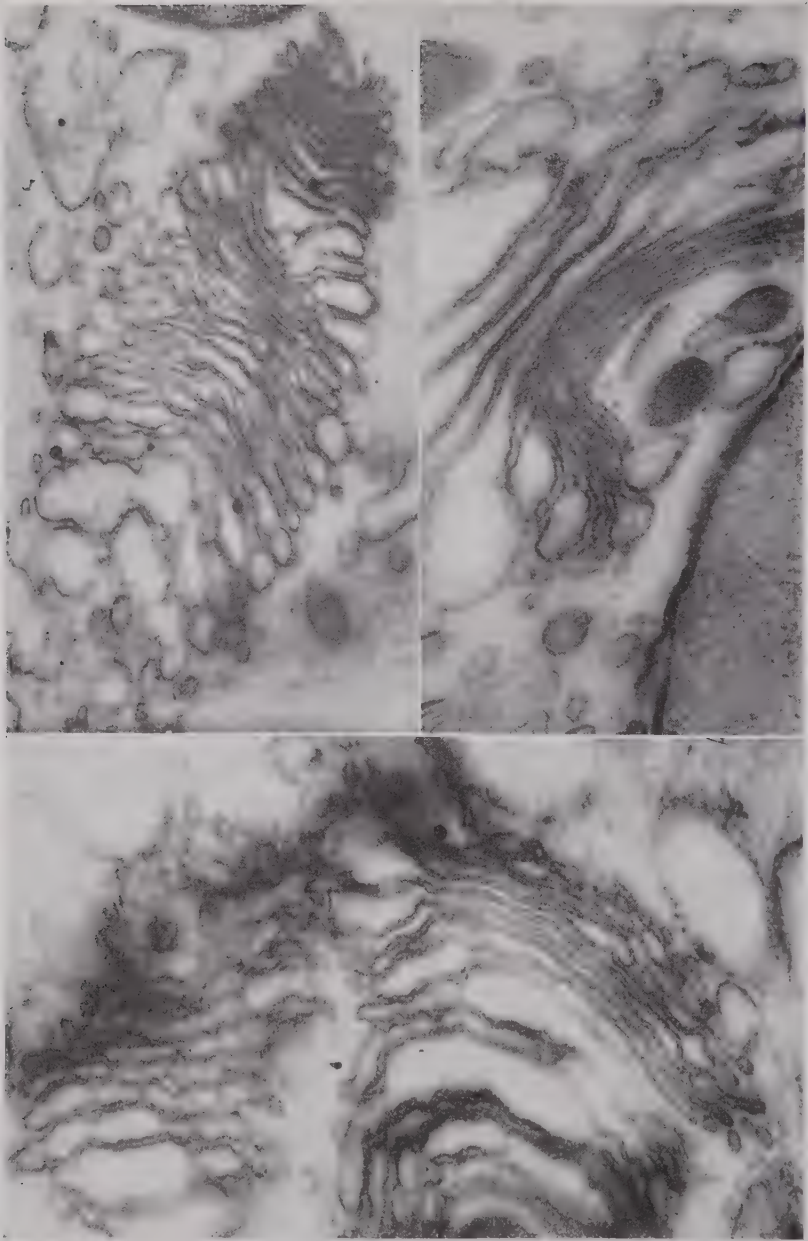
2

Fig. 1. — Coupe longitudinale d'un *Trimitus divergens* intéressant, le flagelle dont deux fibres sont bien visibles, le noyau au-dessous du flagelle, le parabasal au-dessus du noyau. Dans le cytoplasme : grandes vacuoles, les ellipsoïdes gris sont des mitochondries dont les cloisons transverses ne sont pas visibles sur cette préparation. Direct $\times 20\ 000$; photo $\times 45\ 000$.

Fig. 2. — Deux parabasalies de *Joenia annectens*, sur l'extrémité droite desquelles on voit en noir la section du filament parabasal. Direct $\times 20\ 000$; photo $\times 50\ 000$.

3

4



5

Fig. 3. — Parabasal de *Foaina dogieli*; la bande noire située en haut du parabasal est probablement la coupe du filament parabasal, très développé dans cette espèce. Direct $\times 20\ 000$; photo $\times 40\ 000$.

Fig. 4. — Parabasal de *Foaina grassii* (?). Direct $\times 20\ 000$; photo $\times 40\ 000$.

Fig. 5. — Deux dictyosomes d'un ovocyte d'*Helix pomatia*. Direct $\times 17\ 300$; photo $\times 44\ 000$.

non moins bien dans l'élaboration de certaines enclaves vitellines dans les ovocytes.

La différence entre dictyosomes et parabasaux tient exclusivement aux rapports qui s'établissent entre ces derniers et le centrosome par l'intermédiaire d'un filament parabasal qui manque toutefois dans divers Zooflagellés et Phytoflagellés. C'est ainsi que les parabasaux des *Pyrsonympha* se présentent comme des dictyosomes dispersés; ils en ont exactement l'ultrastructure et la configuration. D'ailleurs, les dictyosomes n'échappent point à l'influence du centrosome: ne sont-ils pas groupés autour de lui dans les neuroblastes avant de donner le réseau endocellulaire de Golgi, propre aux neurones des Vertébrés; ne le sont-ils pas très fortement dans les cellules spermatiques pour former l'idiozome, producteur de l'acrosome?

Nos observations confirment entièrement l'interprétation ancienne de Duboseq et Grassé d'après laquelle l'appareil parabasal et l'appareil de Golgi (dictyosomes) sont un seul et même organite, et aussi l'hypothèse que nous proposons, il y a quelque 30 ans, de l'appareil parabasal organite sécréteur ⁽¹¹⁾.

Nous ajouterons, il ne faut pas craindre en cytologie de se répéter, que l'appareil de Golgi est sans aucun rapport avec le vacuome (notion qui nous paraît peu applicable à la cellule animale), qu'il est tout-à-fait indépendant du chondriome (Parat et son école), qu'il est étranger à tout dérivé centriolaire (Lwoff). Enfin, la zone de Golgi n'a pas de réalité; une analyse morphologique soigneuse révèle constamment, et cela aussi bien en microscopie optique qu'électronique, que l'appareil de Golgi est dans toute cellule un organite défini et non un arlequin de corpuscules anonymes.

M. GEORGES CURASSON adresse en hommage à l'Académie une collection des principaux Ouvrages qu'il a publiés: 1° *La peste bovine*. Préface de HENRI VALLÉE; 2° *Traité de Pathologie exotique vétérinaire et comparée*, tomes I et III. Deuxième édition, tomes I, II et III; 3° *Le Chameau et ses maladies*; 4° *Traité de protozoologie vétérinaire et comparée*, tomes I, II et III; 5° *Maladies infectieuses des animaux domestiques*, tomes I et II.

DÉSIGNATIONS.

M. PIERRE-PAUL GRASSÉ est désigné pour représenter l'Académie au X^e CONGRÈS INTERNATIONAL D'ENTOMOLOGIE qui aura lieu à Montréal, du 17 au 25 août 1956.

(11) P.-P. GRASSÉ, *C. R. Soc. Biol.*, 93, 1925, p. 1097.

CORRESPONDANCE.

M. **MAX WINDERS**, Associé étranger de l'Académie des Beaux-Arts, adresse des condoléances à l'occasion de la mort de M. *Émile Borel*.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Development of apparatus and methods for Röntgen studies in thermodynamics*, by ÅKE GIDLUND (Thèse, Uppsala).

2° Association des Services géologiques africains. Réunion de Nairobi (7-11 septembre 1954). *Compte rendu et communications*.

3° Houillères du Bassin de Lorraine. 1855. *Merlebach*. 1955.

ALGÈBRE. — *Une théorie algébrique du codage*.

Note de M. **MARCEL PAUL SCHÜTZENBERGER**, présentée par M. Georges Darmois.

Étant donné un ensemble Λ_0 de « messages élémentaires » et un ensemble Λ_1 de « lettres » on peut définir un code comme une correspondance $\mathcal{C}$ entre les éléments de Λ_0 et certaines séquences de lettres (les « mots ») telle qu'inversement à toute semblable séquence corresponde au plus une suite unique de messages. Ceci revient à dire que le décodage doit être sans ambiguïté quand il est possible ou encore que $\mathcal{C}^{-1}$ est quasi fonctionnelle ⁽¹⁾. Ces structures jouent un certain rôle dans la théorie des algorithmes et, en calcul des probabilités, dans celles des événements récurrents ⁽²⁾ puisque cette dernière étudie les processus stochastiques sur les suites de lettres associés par $\mathcal{C}$ à d'autres définis sur Λ_0 .

Le but de la présente Note est d'indiquer comment cette théorie peut être replacée dans ce qui semble être son domaine naturel : la théorie des demi-groupes et l'on observera que les notions utilisées ici, qui sont classiques ⁽³⁾ dans ce domaine ont une interprétation très immédiate et souvent importante sur le plan de la réalisation physique des machines codeuses et transcodeuses.

Définition. — 1° Soient Λ et A respectivement les demi-groupes libres

⁽¹⁾ J. RIGUET, *Bull. Soc. Math. France*, 76, 1948, p. 129.

⁽²⁾ Cf. B. MANDELBROT, *Contr. théorie math. des jeux de communications*, Paris, 1953, p. 124, pour une étude des relations entre codage et événements récurrents.

⁽³⁾ Cf. P. DUBREIL, *Mém. Acad. Sc.*, 63, 1911, p. 16, auquel sont empruntés les éléments de la théorie des demi-groupes utilisés ici.

engendrés par Λ_0 et Λ_0 . On dira que la structure $(\Lambda_0, \Lambda_0, \mathcal{C})$ est un code ⁽¹⁾ si l'extension de $\mathcal{C}$ à Λ est un isomorphisme entre Λ et un sous-demi-groupe P de Λ .

2° Un code sera dit fini si la longueur de tous ses mots (c'est-à-dire des éléments de $P_0 = \mathcal{C}\Lambda_0$) est finie; *unitaire* ⁽²⁾ à gauche ou à droite, *net* ⁽³⁾ à gauche ou à droite s'il en est de même du sous-demi-groupe $P \subset \Lambda$.

3° K étant une partie quelconque d'un demi-groupe quelconque aussi D , on appellera « *équivalence syntactique* » $[\equiv (D; K)]$ la relation entre éléments de D : $a \equiv a' (D; K)$ si et seulement si pour tout $x, y \in D$, $xay \in K \Rightarrow xa'y \in K$.

On démontre :

$\equiv (D; K)$ est une relation d'équivalence régulière ⁽³⁾. (En effet la définition s'écrit aussi $K \cdot ay = K \cdot a'y$ pour tout y . Donc $\equiv$ qui est manifestement une équivalence, est régulière à droite et à gauche.)

Si K est un sous-demi-groupe Q de D , $\equiv (D; Q)$ est la moins fine des relations d'équivalence régulières pour lesquelles Q soit saturé ⁽³⁾. (En effet si φ est une telle relation $a\varphi a'$ entraîne $xay\varphi xa'y$ et, par conséquent, $xay \in Q$ entraîne $xa'y \in Q$.)

Évidemment si D était un groupe $\equiv (D; K)$ serait l'équivalence normale associée au plus grand sous-groupe invariant contenu dans K . On appellera φ_K l'homomorphisme attaché à $\equiv (D; K)$. La relation $\equiv (\varphi_K D; \varphi_K K)$ est réduite à l'égalité et l'on dira que $\varphi_K K$ est *syntactiquement simple* dans $\varphi_K D$. Si $\Lambda \supset P$ est un code $\varphi_P \Lambda$ et $\varphi_P P$ en seront les *demi-groupes fondamentaux*. On démontre : Si le code est fini, $\varphi_P \Lambda$ est fini (la réciproque n'est pas vraie : en particulier si $\varphi_P \Lambda$ est un groupe, le code n'est fini que s'il est cyclique et $\varphi_P P$ réduit à l'élément unité). P est unitaire ou net en même temps que $\varphi_P P$. Réciproquement il est important de savoir si un couple de demi-groupes $\Lambda \supset P'$ syntactiquement simples peuvent être les demi-groupes fondamentaux d'un code pour un certain choix de générateurs :

Une condition nécessaire et suffisante est que pour tout $p, q \in P'$ $ps \in P'$ et $sq \subset P'$ entraîne $s \in P'$.

La propriété est donc indépendante du choix des générateurs. La démonstration que nous ne pouvons donner ici repose sur le fait que si $s \notin P'$ la suite psq correspondrait à deux suites de messages irréductiblement distinctes. Il en résulte la possibilité de construire explicitement tous les codes (qui sont en nombre infini) correspondant à des demi-groupes fondamentaux donnés.

Enfin des méthodes d'énumération permettent d'énoncer :

Si $(\Lambda_0, \Lambda_0, \mathcal{C})$ est un code fini et si P est un demi-groupe net, P est unitaire. (La réciproque n'est pas vraie.)

En effet le fait que P soit unitaire correspond à la possibilité d'ordonner ses

⁽¹⁾ J. Riguet emploie le mot code dans une acception plus générale. La définition adoptée ici est celle implicitement utilisée dans la théorie des communications.

mots de façon lexicographique sans qu'aucun ne soit le commencement d'un autre (ou encore qu'il existe un « arbre de codage ») et le fait qu'il soit net à la possibilité qu'une séquence quelconque de lettre puisse être complétée en une suite de mots.

Ceci permet de répondre à un problème pratique d'optimalité ^(*) en montrant que la classe des codes unitaires est admissible. En outre ceci indique l'existence de codes finis nets et unitaires à gauche et à droite à la fois qui ne correspondent à aucun groupe. L'inventaire de ces demi-groupes particuliers reste encore à faire.

ANALYSE ABSTRAITE. — *Sur l'extension d'une mesure* (qui peut être non archimédienne), *simplement additive sur une tribu de Boole simplement additive à une autre tribu, plus étendue*. IV. *Extension de mesure dans le cas général*. Note de M. OTTON MARTIN NIKODÝM, présentée par M. Arnaud Denjoy.

La méthode utilisée dans la Note précédente pour étendre une mesure dans un cas spécial est appliquée ici au cas le plus général. Comme ce cas exige l'extension des corps linéairement ordonnés par adjonction des éléments nouveaux, la méthode de ces extensions est indiquée et une difficulté qui s'y produit, concernant les types logiques, est surmontée par un artifice, basé essentiellement sur l'axiome du choix.

10. Nous reprenons les notions et notations de trois Notes précédentes ⁽¹⁾. Nous allons considérer le cas général où la condition spécifiée dans la Note III n'est pas admise. Désignons par $\text{card } E$ le nombre cardinal de l'ensemble E . La quantité $\varphi \in \Phi$ telle que $\Gamma^* \leq \varphi \leq \Gamma^*$ peut n'exister du tout, donc, pour appliquer le procédé de Banach, il faut étendre le corps Φ par adjonction d'un élément nouveau. Voici comment une telle adjonction peut être effectuée.

11. Soit, d'une manière générale, (Ψ) un corps linéairement ordonné. Par une *lacune dans* (Ψ) nous allons entendre une section (A, B) de Dedekind, telle que $A \cup B = \Psi$, $A \cap B = 0$ et qu'aucun des bouts $\mathfrak{B}\mathcal{O}(A)$, $\mathfrak{B}\mathcal{C}(B)$ ne se réduit à un point. Elle s'appellera *algébrique* lorsqu'il existe un polynôme $P(x) = a_0 x^n + \dots + a_n$ où $n \geq 1$, $a_0 \neq 0$, $a_i \in \Psi$, et des quantités $\xi < \mathfrak{B}\mathcal{O}(A)$, $\eta > \mathfrak{B}\mathcal{C}(B)$ telles que l'ensemble $P(\xi, \eta) \cap B$ est composé de quantités positives de Ψ et $P(\xi, \eta) \cap A$ de quantités négatives. Si $P_0(x)$ est un tel polynôme du degré minimum et, si J est l'idéal principal de l'anneau $(\mathbf{P})$ des polynômes, déterminé par $P_0(x)$, alors le corps-quotient $(\mathbf{P}/J)$ représente, par isomorphisme, une extension linéaire du corps (Ψ) dans laquelle le polynôme x , pris modulo J , « remplit » la lacune considérée.

^(*) Posé par : A. A. SARDINAS et G. W. PATTERSON, *Res. Div. Reports*, 1950, p. 50-27. University of Pennsylvania.

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1439, 1544, 1695.

Une lacune (A, B) s'appelle *transcendante* lorsqu'elle n'est pas algébrique. Dans ce cas l'extension linéairement ordonnée de (Ψ) , par isomorphisme, est fournie par le corps des quotients des polynômes de $(\mathbf{P})$, le quotient $x : 1$ « remplissant » la lacune.

Ce que nous venons de dire se prouve à l'aide de la théorie connue des corps réellement fermés de E. Artin et O. Schreier.

12. Remarquons — ce qui est d'importance — que l'adjonction à un corps abstrait ne peut se faire que par isomorphisme et que les quantités du corps plus ample ont le type logique différent de celui des quantités du corps donné. Or, comme le procédé de Banach peut exiger un cortège transfini d'extensions successives et, comme finalement, on doit trouver un corps qui contient, par isomorphisme, toutes ces extensions, le raisonnement qui va suivre, semble être indispensable pour éviter l'antinomie de B. Russell à laquelle conduit inévitablement la considération des ensembles dont les éléments ont des types logiques différents.

13. Remarquons que, si le type des quantités de Ψ est τ , le type $\mathfrak{S}_A(\tau)$ de celles du corps amplifié par l'adjonction algébrique est bien déterminé. En effet, $\mathfrak{S}_A(\tau)$ est le type des classes de polynômes dans (Ψ) . Le polynôme pouvant être conçu comme une fonction définie dans l'ensemble $n = 0, 1, 2, \dots$ dont les valeurs $\in \Psi$ sont $= 0$ sauf, peut-être, pour un nombre fini des n , $\mathfrak{S}_A(\tau)$ est le type d'une classe de correspondances entre des entiers et des éléments du type τ . Le type $\mathfrak{S}_T(\tau)$ des quantités du corps, amplifié par une adjonction transcendante, est celui de classes de couples ordonnés de correspondances. Comme il peut se faire que, dans un pas du procédé de Banach, aucune extension n'est nécessaire, les quantités du corps étendu (vraiment ou apparemment) peuvent être d'un des trois types suivants : $\mathfrak{S}' = \mathfrak{S}_A(\tau)$, $\mathfrak{S}'' = \mathfrak{S}_T(\tau)$, $\mathfrak{S}''' = \tau$. Pour avoir le même type dans tous les cas, il est convenable de changer, par isomorphisme, les corps étendus de manière que leurs éléments a' , a'' , a''' , de types $\mathfrak{S}'$, $\mathfrak{S}''$, $\mathfrak{S}'''$, se transforment aux suites ordonnées de trois éléments $((a'), o'', o''')$, $(o', (a''), o''')$, $(o', o'', (a'''))$ où $(a^{(i)})$ est l'ensemble composé du seul $a^{(i)}$, et où $O^{(i)}$ désigne l'ensemble vide d'éléments du type $\mathfrak{S}^{(i)}$. On obtient ainsi les quantités du même type $\mathfrak{S}(\tau) = ((\mathfrak{S}'), (\mathfrak{S}''), (\mathfrak{S}'''))$ bien déterminé par τ quel que soit le caractère de l'adjonction à faire.

14. Cela étant posé, soit $Q_1, Q_2, \dots, Q_\alpha, \dots$ une suite bien ordonnée d'éléments différents quelconques et de puissance plus grande que $\max(\text{card } \Phi, \text{card } B')$ et, soit $s_1, s_2, \dots, s_\beta, \dots$ l'ensemble B' bien ordonné. Soit Φ^0 le plus petit idéal (segment) de $\{Q_\alpha\}$ de puissance $\text{card } \Phi$. Choisissons une correspondance biunivoque entre Φ et Φ^0 . Elle organise Φ^0 en un corps linéairement ordonné (Φ^0) . Désignons par τ le type des Q_α . Considérons des chaînes (C) dont les éléments ont le type τ et les chaînes (C^0) dont les éléments ont le type $\mathfrak{S}(\tau)$ défini plus haut. Soit $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \dots, \mathfrak{M}_j, \dots$ une suite bien

ordonnée de toutes les correspondances d'isomorphie entre des chaînes (C'') et des chaînes (C) .

15. En se servant de trois suites bien ordonnées ci-dessus, on peut bien déterminer, dans $\{Q_x\}$, les images isomorphes des corps, étendus par les adjonctions, de manière que si l'on applique le procédé de Banach transfinitement, on obtient les corps bien définis dont les quantités appartiennent toujours à l'ensemble $\{Q_x\}$. Comme tous ces corps sont du même type logique, on en peut former la réunion et, par conséquent, obtenir la prolongation désirée de la mesure. Remarquons que cette méthode donne des renseignements assez précis sur la puissance du corps qui fournit l'extension de la mesure donnée sur (B) .

Remarquons enfin, que la démonstration de l'existence d'une mesure effective sur une tribu générale exige la considération des sections (A, B) de Dedekind où A admet un maximum ou bien B un minimum (sections non-archimédiennes).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un théorème de M. J. Malmquist.*

Note de M. HANS-P. KÜNZL, présentée par M. Paul Montel.

Dans son nouveau livre sur les équations différentielles ordinaires, M. L. Bieberbach suggère de chercher pour le théorème de Malmquist, également dans le cas de solutions algébroides, une démonstration de pure théorie des fonctions, ce que M. Yosida a fait pour le cas de solutions univoques. Nous indiquons ici une telle démonstration.

En 1913, M. J. Malmquist ⁽¹⁾ démontrait les deux théorèmes suivants, qui sont très importants pour des recherches récentes de M. H. Wittich ⁽²⁾ sur des équations différentielles.

THÉOREME 1. — *Soit $f(w, z) = R(w, z)$ une fonction rationnelle de w et z ; si l'équation $dw/dz = f(w, z)$ n'est pas une équation de Riccati, toute intégrale univoque est une fonction rationnelle.*

THÉOREME 2. — *Si l'équation $dw/dz = f(w, z) = R(w, z)$ ne se transforme pas en une équation de Riccati $dv/dz = A_0(z)v^2 + A_1(z)v + A_2(z)$ à coefficients rationnels par une transformation de la forme*

$$v = \frac{w^n + a_1(z)w^{n-1} + \dots + a_n(z)}{w^{n-1} + b_1(z)w^{n-2} + \dots + b_{n-1}(z)},$$

les coefficients $a_1, b_1, \dots$ étant des fonctions rationnelles de z , toute intégrale à un nombre fini de déterminations est nécessairement une fonction algébrique.

Malmquist prouvait ces deux théorèmes fondamentaux à l'aide de méthodes

⁽¹⁾ *Acta Math.*, 36, 1913.

⁽²⁾ *Math. Ann.*, 127, 1954, p. 433-440.

indirectes, en employant des théorèmes d'existence de M. Boutroux et de M. Painlevé.

Enfin, en 1932, M. K. Yosida ⁽³⁾ parvenait à prouver le premier théorème par des méthodes de pure théorie des fonctions analytiques, en appliquant pour la première fois la théorie de la distribution des valeurs de M. R. Nevanlinna à l'étude d'équations différentielles. Pour le second théorème, il manquait jusqu'à présent une démonstration correspondante.

Nous voulons montrer dans cette Note que ce second théorème admet, également, grâce aux méthodes de M. R. Nevanlinna, une démonstration bien plus simple que celle de M. Malmquist. Pour cela, outre la théorie des fonctions algébroides de M. Selberg ⁽⁴⁾, nous utiliserons des résultats de M. G. Valiron ⁽⁵⁾ et de M. A. Bloch ⁽⁶⁾.

Nous allons démontrer le second théorème de M. Malmquist sous une forme un peu modifiée, car nous ne nous intéressons pas à la formule faisant passer de l'équation générale à celle de Riccati, mais seulement au résultat principal suivant :

THÉOREME. — *Dans l'équation différentielle $dw/dz = f(w, z)$, soit $f(w, z)$ une fonction rationnelle de w et de z ; alors, ou bien les solutions à un nombre fini de déterminations sont des fonctions algébriques, ou bien (cas de solutions algébroïdes) l'équation différentielle donnée se réduit à une équation de Riccati.*

Démonstration. — On a

$$(1) \quad \frac{dw}{dz} = R(w, z).$$

Nous supposons que l'équation différentielle possède une solution algébroïde et désignons par p , resp. q le degré de w au numérateur, respectivement au dénominateur de R . Par une transformation linéaire de la forme $\omega = 1/(w - a)$ (cf. MALMQUIST, *loc. cit.*, p. 305), où a est une constante déterminée, l'équation (1) devient

$$(2) \quad \frac{d\omega}{dz} = \mathfrak{U}(\omega, z).$$

Le degré de ω au numérateur, resp. au dénominateur de ω , est

$$p \quad \text{resp.} \quad p - 2 \quad \text{si} \quad p - 2 \geq q$$

et

$$q + 2 \quad \text{resp.} \quad q \quad \text{si} \quad q \geq p - 2.$$

Nous désignons par $T(r, f)$ la caractéristique de M. Nevanlinna. (2) donne

$$(3) \quad T(r, \omega') = T(r, \mathfrak{U}(\omega, z)).$$

⁽³⁾ *Japanese Journal of Math.*, 9, 1932, p. 253-256.

⁽⁴⁾ *Avhandlingar Norske Videnskaps-Akad.*, Oslo, 1934, p. 12.

⁽⁵⁾ *Bull. Soc. Math. France*, 59, 1931, p. 34.

⁽⁶⁾ *Mémor. Sc. math.*, 20, 1926, p. 30.

D'après Valiron ⁽⁵⁾, nous avons, pour une fonction algébroïde ω , la relation

$$T(r, \mathfrak{U}(\omega, z)) = \lambda T(r, \omega) + O(\log r).$$

où λ est l'ordre de $\mathfrak{U}$ en ω . Donc

$$T(r, \omega') = \lambda T(r, \omega) + O(\log r).$$

En vertu d'un résultat de Bloch ⁽⁶⁾, nous avons pour tout $\varepsilon > 0$,

$$T(r, \omega') < 2(1 + \varepsilon)T(r, \omega)$$

pour r suffisamment grand, sauf pour une suite d'intervalles sur lesquels la variation totale de $\log r$ est finie.

(Bloch démontrait ce théorème pour des fonctions analytiques univoques, mais la transposition aux fonctions algébroïdes est bien visible.)

Nous avons donc

$$2(1 + \varepsilon)T(r, \omega) > \lambda T(r, \omega) + O(\log r),$$

soit, après division par $T(r, \omega)$,

$$(4) \quad 2(1 + \varepsilon) > \lambda + \frac{O(\log r)}{T(r, \omega)}.$$

D'après Selberg ⁽⁴⁾, le second terme à droite s'annule nécessairement pour une fonction algébroïde lorsque $r \rightarrow \infty$, d'où

$$2 \geq \lambda.$$

Introduisons maintenant pour λ les ordres possibles de $\mathfrak{U}$, cela donne

$$2 \geq p \geq q + 2 \quad \text{ou bien} \quad 2 \geq q + 2 \geq p.$$

Dans les deux cas, nous pouvons donc conclure

$$p \leq 2 \quad \text{et} \quad q = 0.$$

FONCTIONS SPÉCIALES. — *Développements asymptotiques des fonctions associées de Legendre, $P_n^m(\mu)$ et $Q_n^m(\mu)$, pour $|n| \rightarrow \infty$ $|\mu \pm 1| \rightarrow 0$.*

Note de M. **LOUIS ROBIN**, présentée par M. Jean Leray.

On donne, pour $|n| \rightarrow \infty$, les développements asymptotiques de

1° $Q_n^m(\mu)$; avec $|\mu - 1| \rightarrow 0$

2° $P_n^m(\mu)$ et $Q_n^m(\mu)$, avec $|\mu + 1| \rightarrow 0$.

Les développements asymptotiques classiques de $P_n^m(\mu)$ et de $Q_n^m(\mu)$, pour $|n| \rightarrow \infty$, cessent d'être utilisables, lorsqu'une des deux quantités $|n(\mu \pm 1)|$ n'est plus grande devant l'unité.

1° Pour $P_n^{-m}(\cos \theta)$, $|n| \rightarrow \infty$, $\theta \rightarrow 0$, $x = (2n + 1) \sin \theta/2$ fini, non nul, m

quelconque, Macdonald ⁽¹⁾ a donné un développement asymptotique dont les termes successifs sont des formes linéaires des fonctions de Bessel, $J_m(x)$, $J_{m+1}(x)$, ...

Ce développement s'étend aux valeurs de μ non comprises entre 0 et 1. Les fonctions J sont alors remplacées par les fonctions modifiées I .

Soit maintenant la fonction $Q_n^m(\mu)$, avec $|n| \rightarrow \infty$, $\mu \rightarrow 1$, μ non compris entre 0 et 1. Nous avons :

$$Q_n^m(\mu) = \frac{\pi}{2} \frac{e^{im\pi}}{\sin m\pi} \left[P_n^m(\mu) - \frac{(n+m)!}{(n-m)!} P_n^{-m}(\mu) \right]$$

Nous posons : $x = (2n+1)[(\mu-1)/2]^{\frac{1}{2}}$.

Remplaçons P_n^m et P_n^{-m} par leurs expressions asymptotiques précédentes. De même, pour $(n+m)!/(n-m)!$.

Compte tenu des relations existant entre fonctions de Bessel modifiées, telles que

$$I_{3-m}(x) = I_{m-3}(x) - \frac{2}{x} \sin m\pi K_{m-3}(x),$$

il vient finalement

$$(1) \quad Q_n^m(\mu) = \frac{(xe^{i\pi})^m}{[2(\mu-1)]^{\frac{m}{2}}} \left\{ K_m(x) + \frac{\mu-1}{2} \left[\frac{x}{6} K_{m-3}(x) - K_{m-2}(x) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2x} K_{m-1}(x) + \frac{m}{2} K_m(x) \right] + O[(\mu-1)^2] \right\},$$

formule valable quel que soit m , et pour $-\pi < \arg n < +\pi$.

On déduit facilement de (1)

$$(2) \quad Q_n^{-m}(\cos \theta) = -\frac{\pi}{2} \left(\frac{2 \sin \frac{\theta}{2}}{x} \right)^m \left\{ Y_m(x) \right. \\ \left. + \sin^2 \frac{\theta}{2} \left[\frac{x}{6} Y_{m+3}(x) - Y_{m+2}(x) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2x} Y_{m+1}(x) + \frac{m}{2} Y_m(x) \right] + O\left(\sin^4 \frac{\theta}{2}\right) \right\},$$

avec $x = (2n+1) \sin(\theta/2)$, les Y étant les fonctions de seconde espèce classiques.

2° Soit maintenant $\theta \rightarrow \pi$.

Pour $P_n^m(\cos \theta)$, nous utilisons la relation

$$P_n^m(\cos \theta) = \cos(n+m)\pi P_n^m(-\cos \theta) - \frac{2}{\pi} \sin(n+m)\pi Q_n^m(-\cos \theta).$$

En posant :

$$x = (2n+1) \cos \frac{\theta}{2},$$

(1) *Proceed. London Math. Soc.*, sér. 2, 13, 1914, p. 220-221.

nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 (3) \quad P_n^m(\cos\theta) = & \left(\frac{x}{2 \cos \frac{\theta}{2}} \right)^m \\
 & \left\{ \cos n\pi J_m(x) + \sin n\pi Y_m(x) \right. \\
 & \cos^2 \frac{\theta}{2} \frac{x}{6} \left[\cos n\pi J_{m-3}(x) + \sin n\pi Y_{m-3}(x) \right] \\
 & + \cos n\pi J_{m-2}(x) + \sin n\pi Y_{m-2}(x) \\
 & \frac{1}{2x} \left[\cos n\pi J_{m-1}(x) + \sin n\pi Y_{m-1}(x) \right] \\
 & \left. + \frac{m}{2} \left[\cos n\pi J_m(x) + \sin n\pi Y_m(x) \right] \right\} O\left(\cos^4 \frac{\theta}{2}\right).
 \end{aligned}$$

Pour $Q_n^m(\cos\theta)$, nous appliquons la relation,

$$Q_n^m(\cos\theta) = -\cos(n+m)\pi Q_n^m(-\cos\theta) - \frac{\pi}{2} \sin(n+m)\pi P_n^m(-\cos\theta).$$

Il vient

$$\begin{aligned}
 (4) \quad Q_n^m(\cos\theta) = & \frac{\pi}{2} \left(\frac{x}{2 \cos \frac{\theta}{2}} \right)^m \left\{ \cos n\pi Y_m(x) - \sin n\pi J_m(x) - \cos^2 \frac{\theta}{2} \frac{x}{6} \left[\cos n\pi Y_{m-3}(x) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \sin n\pi J_{m-3}(x) \right] + \cos n\pi Y_{m-2}(x) - \sin n\pi J_{m-2}(x) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2x} \left[\cos n\pi Y_{m-1}(x) - \sin n\pi J_{m-1}(x) \right] + \frac{m}{2} \left[\cos n\pi Y_n(x) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \sin n\pi J_m(x) \right] \right\} + O\left(\cos^4 \frac{\theta}{2}\right)
 \end{aligned}$$

(3) et (4) sont également valables quel que soit m , et pour $-\pi < \arg n < +\pi$. Ces deux formules se simplifient beaucoup, lorsque n est entier.

Des relations (1), (2), (3) et (4), on déduit facilement des formules exprimant les fonctions de Bessel, K_m , Y_m et J_m , sous forme de limites de combinaisons linéaires simples de fonctions de Legendre, P_n^m et Q_n^m , dont le degré n augmente indéfiniment.

CALCUL NUMÉRIQUE. — *Résolution numérique de certains systèmes d'équations linéaires vectorielles*. Note (*) de M. **JACQUES DULEAU**, présentée par M. Joseph Pérès.

Méthodes vectorielles adaptées à la résolution numérique des systèmes d'équations linéaires dont un grand nombre de coefficients sont nuls. Elles prennent leurs sources dans les calculs de la Résistance des matériaux ⁽¹⁾ mais peuvent servir à la résolution d'autres problèmes.

(*) Séance du 6 février 1956.

(1) Développés dans notre thèse d'Ingénieur-Docteur portant sur le calcul des systèmes de poutres hyperstatiques.

1. *Forme des équations.* — Le système étudié se schématise sous la forme d'un réseau. Les formules de Bresse permettent le calcul des matrices principales qui traduisent l'action directe de la force en chaque nœud, des matrices d'influence qui traduisent l'influence réciproque des forces aux nœuds d'une même barre; également celui des contraintes d'encastrement qui dépendent des forces extérieures et règnent aux extrémités (supposées fixes et encastrees) de chaque barre prise isolément. Le problème se ramène à la résolution d'un système d'équations linéaires dont les coefficients sont représentés par les matrices principales et d'influence, les seconds membres par les contraintes d'encastrement et les inconnues par les déplacements des nœuds.

Notations. — Les lettres latines majuscules désignent des matrices, les lettres latines minuscules des vecteurs et les lettres grecques minuscules des scalaires.

(i) , nœud i symbolique pouvant lui-même comprendre plusieurs nœuds;

$(i)(j)$, barre symbolisant l'influence réciproque des forces aux nœuds $(i), (j)$;

s_{ij} , contrainte régnant à l'extrémité (i) de la barre $(i)(j)$;

$\bar{s}_{i,j}$, contrainte d'encastrement;

s_i , Σs_{ij} au nœud (i) ;

B_{ij} , matrice principale au nœud (i) de la barre $(i)(j)$;

A_{ij} , matrice d'influence du nœud (j) sur le nœud (i) ;

A_i , ΣB_{ij} ;

x_i , déplacement du nœud (i) .

Par suite

$$s_{ij} = \bar{s}_{i,j} + B_{ij}x_i + A_{ij}x_j.$$

Dans le cas d'une poutre matérielle $(i)(j)$ de section constante, dont les nœuds sont fixes, s représente un moment, x le pivotement en un nœud, B_{ij} la raideur de la poutre multipliée par 4 et A_{ij} la raideur multipliée par 2.

Les équations d'équilibre liant les déplacements aux contraintes d'encastrement parfait s'obtiennent en écrivant l'équilibre des forces en chaque nœud

$$(1) \quad \bar{s}_i + A_i x_i + \Sigma A_{ij} x_j = s_i = 0.$$

La matrice de l'ensemble des équations (1) est désignée par D et l'ordre par ν .

2. CHEMINEMENT. — a. *Notations et définitions.* — Le calcul des inconnues x est remplacé par celui de deux nouvelles variables, les focales f et les répartiteurs R après un changement :

$$(2) \quad A_{nj}x_j = f_{n,j} + R_{n,j}A_{j,n}x_n.$$

L'ensemble f, R forme la matrice rectangulaire C. Le cheminement (fig. 1) est le processus qui permet, connaissant les matrices $C_{n,j}$ (représentées par des cercles) relatives à toutes les barres, sauf une $(n)(n+1)$, se croisant en un nœud (n) , de calculer la matrice $C_{n+1,n}$. Il est dit réticulaire si le système des barres forme un réseau, linéaire s'il forme une ligne, d'ordre n si toutes les inconnues x sont des vecteurs de même ordre n .

b. *Exposé de la méthode.* — L'équation (1) s'écrit encore (fig. 1).

$$(1) \quad \sum_{i, j, j', j''} A_{n,i} x_i + A_n x_n + A_{n,n+1} x_{n+1} = -\bar{s}_n.$$

D'après (2) :

$$A_{n+1,n} x_n = f_{n+1,n} + R_{n+1,n} A_{n,n+1} x_{n+1}.$$

Par les changements de variables (2) l'équation (1) devient

$$(3) \quad \sum f_{n,i} - (R_{n+1,n})^{-1} f_{n+1,n} + [A_n + \sum R_{n,i} A_{i,n} - A_{n+1,n} (R_{n+1,n})^{-1}] x_n + \bar{s}_n = 0.$$

L'équation (3) en x_n est identiquement vérifiée par les relations

$$(4) \quad R_{n+1,n} = -[A_n + \sum R_{n,i} A_{i,n}]^{-1} A_{n+1,n},$$

$$(5) \quad f_{n+1,n} = R_{n+1,n} [\sum f_{n,i} + \bar{s}_n].$$

Les répartiteurs ne dépendent que des coefficients de structure des barres d'après l'équation (4); ils sont donc indépendants des forces extérieures. Dans les équations (4) et (5) les sommes forment des termes complémentaires qui pris égaux à zéro permettent le calcul approché d'un certain nombre de matrices C convenablement choisies et le départ du cheminement. Celui-ci s'effectue le long du réseau selon une suite de parcours directs et rétrogrades dont le nombre est fonction de la précision cherchée. Les formules (2) donnent ensuite les inconnues x . Cette méthode se généralise au cas d'une matrice C de la forme $C = |fRR' \dots|$.

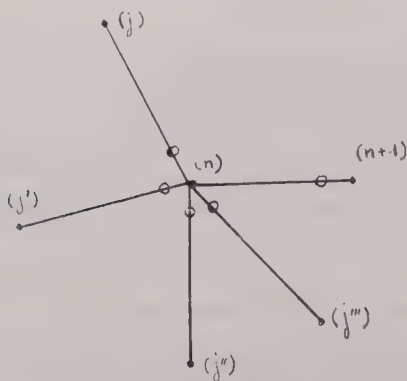


Fig. 1.

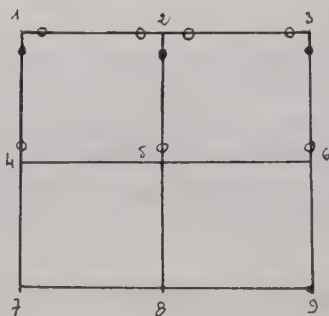


Fig. 2.

c. *Application au cas d'un réseau plan rectangulaire.* — Les matrices C relatives aux extrémités supérieures des poteaux de jonction sont supposées déjà déterminées (cercles noirs sur la figure 2).

1° On calcule les matrices C de la travée supérieure par un cheminement de gauche à droite ($C_{4,4}$ donne $C_{2,1}$, $C_{2,4}$ et $C_{2,5}$ donnent $C_{3,2}$) suivi d'un cheminement analogue de droite à gauche.

2° On calcule les matrices C relatives aux extrémités inférieures des poteaux

supérieurs ($C_{4,2}$ donne $C_{4,1}$, $C_{2,4}$ et $C_{2,3}$ donnent $C_{3,2}$, $C_{3,2}$ donne $C_{6,3}$). On itère les opérations 1 et 2 pour chaque travée suivante par un demi cycle de haut en bas, qui est lui-même suivi d'un demi cycle de bas en haut, etc. Les déformations sont déduites de la formule (2) par une progression inverse de celle du dernier demi cycle, effectuée le long de chaque colonne, les matrices $C_{n,j}$ correspondantes ayant été calculées avec la meilleure précision.

Si les nœuds sont alignés suivant une droite horizontale, un cheminement de gauche à droite donne les matrices C et une progression (2) de droite à gauche les inconnues de façon exacte.

3. MÉTHODE DE RELAXATION. — Les notations sont celles adoptées par M. Stiefel dans l'exposé de sa méthode ⁽¹⁾ (qui s'applique seulement au cas des matrices D symétriques). Si D' est la matrice transposée de la matrice D du système, même non symétrique, la solution exacte v est calculée en ν cycles par les formules

$$\begin{aligned}\varepsilon_{i-1} &= \frac{r_i s_i}{r_{i-1} s_{i-1}}, & p_i &= -r_i + \varepsilon_{i-1} p_{i-1}, & q_i &= -s_i + \varepsilon_{i-1} q_{i-1}, \\ \lambda_i &= \frac{r_i s_i}{q_i D p_i}, & r_{i+1} &= r_i + \lambda_i D p_i, & s_{i+1} &= s_i + \lambda_i D' q_i, \\ v_{i+1} &= v_i + \lambda_i p_i.\end{aligned}$$

Elle s'obtient en écrivant que $r_i s_j = 0$ pour $i \neq j$.

Une méthode moins convergente correspond au cas où $\varepsilon = 0$.

Une autre méthode au cas où $(r_{i+1})^2$ est minimum en fonction de λ :

$$r_{i+1} = r_i - \lambda_i D r_i, \quad \text{avec} \quad \lambda_i = \frac{r_i D r_i}{(D r_i)^2}$$

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Abaissement de la limite apparente d'élasticité des aciers par fluage après une amorce d'écrouissage (à la température ordinaire). Effet sur la relaxation.* Note (*) de MM. FERDINAND CAMPUS et KAZIMIERZ GAMSKI, présentée par M. Albert Caquot.

Les investigations expérimentales sur le phénomène signalé dans une Note précédente ⁽¹⁾, ont été poursuivies sur quelques échantillons d'acier choisis de manière à couvrir un domaine assez étendu de paliers d'étirage. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-après.

(¹) *Z. Angew. Math. Phys.*, 3, 1952.

(*) Séance du 6 février 1956.

(¹) *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1552.

Acier.	A	B.	S.	P.	Bb.	
Diamètre (mm).....	15	25	12	10	10	
Limite de rupture (kg/mm ²).....	88,3	70,44	64,1	35,8	40,2	
Limite de proportionnalité à 0,001 σ_0 (kg/mm ²).....	36	30,8	20	12,1	12	
Limite apparente d'élasticité (kg/mm ²)...	61,7	45,1	48,5	25,2	29,3	
Longueur du palier d'étrirage (σ_0).....	1	1	2,8	4,2	3,8	
Tension de fluage (kg/mm ²).....	53	42,3	44,6	24,2	13,1	26,35
Déformation préalable sous une tension atteignant la limite apparente d'élas- ticité (%).....	0,1	0,1	0,4	0,4	0,4	0,2
Durée de fluage (h).....	800	800	180	450	466	250
Déformation de fluage (10 ⁻³).....	940	610	440	1535	1	200

L'intensité du phénomène est donc variable. Son apparence est d'ailleurs discontinue. Par exemple, le barreau P, soumis à la tension de 24,2 kg/mm², a flué de 679.10⁻³ entre 2 et 7 h, est resté quasi-stationnaire de 7 à 72 h, puis a flué de 740.10⁻³ de 72 à 190 h. Cependant, dans toutes les expériences, un léger allongement permanent à la limite apparente d'élasticité donne lieu ensuite à un fluage anormalement élevé sous une tension inférieure à la limite apparente d'élasticité, la déformation permanente totale représentant une fraction notable du palier d'étirage. Le fluage du barreau P sous la tension de 13,1 kg/mm² fait exception, cette tension étant trop basse par rapport à la limite apparente d'élasticité et trop voisine de la limite de proportionnalité. Le phénomène semble donc bien établi et mérite une étude statistique.

Afin d'avoir un aperçu général de l'effet du phénomène sur la relaxation, les expériences suivantes ont été réalisées. Des barreaux de divers aciers ont été disposés dans les machines de fluage et tendues à la limite apparente d'élasticité jusqu'à atteindre une certaine déformation permanente. Les machines ont alors été bloquées, de manière à maintenir une longueur invariable et la tension a été mesurée à diverses époques. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant.

Acier.....	A.	B.	S.	P.	Bb.	
Limite apparente d'élasticité (kg/mm ²)....	61,7	45,1	48,5	25,2	29,3	
Déformation permanente à la limite appa- rente d'élasticité avant relaxation (%)...	0,4	0,4	0,4	0,4	3,6	0,1
Tension relevée (kg/mm ²) après 6 mn.....	53,65	38,61	45,71	21,12	21,87	26,15
Tension relevée (kg/mm ²).....	52	38,03	44,44	20,36	20,61	25,83
après (h).....	90	142	193	550	576	200

Il se produit donc pendant les premières minutes une relaxation très importante, de 10 à 15 % de la valeur de la limite apparente d'élasticité, suivie d'une relaxation lente beaucoup plus faible. La relaxation est généralement plus rapide que le fluage; le phénomène est particulièrement accusé dans les expé-

riences précitées. La tension finale est nettement supérieure à la limite de proportionnalité. On peut supposer qu'elle établit l'ordre de grandeur de la tension la plus basse sous laquelle se produit le phénomène de fluage anormal, c'est-à-dire l'ordre de grandeur de l'abaissement différé de la limite apparente d'élasticité. Ceci explique le fluage quasi nul du barreau P soumis à une tension de 13,1 kg/mm².

Ces résultats paraissent dignes de retenir l'attention et ouvrent un champ d'investigation assez considérable. Comme ils concernent uniquement la traction simple homogène, leur incidence sur les phénomènes d'adaptation plastique pour des sollicitations plus complexes ne peut être définie sans étude particulière.

RELATIVITÉ. — Projections des géodésiques de longueur nulle et rayons électromagnétiques dans un milieu en mouvement permanent. Note de M. PHAM MAU QUAN, présentée par M. Georges Darmon.

La méthode de descente de A. Lichnérowicz ⁽¹⁾ s'applique encore, par un passage à la limite, au cas des géodésiques de longueur nulle. Application à l'étude des rayons électromagnétiques (resp. lumineux) dans un milieu en mouvement permanent. Théorème généralisant le principe de Fermat. Nouvelle démonstration de la loi relativiste de la composition des vitesses.

1. Dans un milieu homogène isotrope d'indice n , les rayons électromagnétiques peuvent être considérés comme géodésiques de longueur nulle L_0 dans l'espace riemannien V_4 muni de la métrique ⁽²⁾

$$(1.1) \quad ds^2 = \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = \left(g_{\alpha\beta} - \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) u_\alpha u_\beta \right) dx^\alpha dx^\beta \quad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3),$$

où $g_{\alpha\beta}$ est le tenseur métrique fondamental sur l'espace-temps V_4 et $\vec{u}(u_\alpha)$ le vecteur vitesse unitaire d'univers attaché à chaque point du milieu.

On se propose d'étudier les rayons électromagnétiques (resp. lumineux) dans l'espace. On fera à cet effet, l'hypothèse suivante : *Le mouvement du milieu considéré est permanent* ⁽³⁾, c'est-à-dire :

- a. l'espace-temps riemannien V_4 est stationnaire ;
- b. le groupe d'isométries de V_4 laisse invariants $\vec{u}$ et n .

Il en résulte que V_4 est également stationnaire.

Dans la suite, on supposera choisi un système de coordonnées locales

⁽¹⁾ *Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme*, Masson, Paris, 1955, livre II, chap. I.

⁽²⁾ PHAM MAU QUAN, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 465. On a posé $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ (≥ 1).

⁽³⁾ A. LICHNEROWICZ, *Ibid.*, livre I, chap. IV et VII.

adapté (x^0, x^i) , x^0 variable temporelle ($i, j, \dots$ tout indice latin $= 1, 2, 3$). Alors $\partial_0 g_{\alpha\beta} = \partial_0 u_\alpha = \partial_0 n = 0$; $g_{00} > 0$ et $\gamma_{00} = g_{00} - (1 - (1/n^2)) (u_0)^2 > 0$. Par définition, l'espace V_3 sera muni de la métrique définie négative :

$$d\sigma^2 = \left(g_{ij} - \frac{g_{0i}g_{0j}}{g_{00}} \right) dx^i dx^j.$$

Les rayons électromagnétiques (resp. lumineux) dans l'espace sont les projections des $\bar{L}_0$ sur V_3 .

2. Considérons les géodésiques de longueur nulle $\bar{L}_0$ de V_4 comme limites vers lesquelles tendent des géodésiques $\bar{L}$ orientées $d\bar{s}^2 > 0$. Introduisant une représentation paramétrique $x(u)$ de $\bar{L}$ (u paramètre arbitraire), nous définissons $\bar{L}$ comme courbes extrémales de

$$(2.1) \quad \bar{s} = \int_{x_0}^{x_1} \mathcal{L} du, \quad \text{où } \mathcal{L} = \sqrt{\gamma_{\alpha\beta} \dot{x}^\alpha \dot{x}^\beta} \quad \left(\dot{x}^\alpha = \frac{dx^\alpha}{du} \right).$$

Le système différentiel aux extrémales de (2.1)

$$(2.2) \quad \frac{d}{du} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\alpha} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^\alpha} = 0$$

admet l'invariant intégral relatif

$$(2.3) \quad \omega = \partial_\alpha \mathcal{L} dx^\alpha = \partial_k \mathcal{L} dx^k + \partial_0 \mathcal{L} dx^0 \quad \left(\partial_\alpha = \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \right).$$

Comme $\partial_0 \mathcal{L} = 0$, la quatrième équation de (2.2) fournit l'intégrale première

$$(2.4) \quad \partial_0 \mathcal{L} = h \quad (h = \text{const.}).$$

Pour une famille (E_h) des extrémales de (2.1), $\partial_0 \mathcal{L} dx^0 = h dx^0$ définit un invariant intégral relatif. La famille (E_h) admet donc l'invariant intégral relatif $\partial_k \mathcal{L} dx^k$. $\mathcal{L}$ étant positivement homogène de degré 1, $\dot{x}^k \partial_k \mathcal{L} + \dot{x}^0 \partial_0 \mathcal{L} = \mathcal{L}$. Pour toute solution (2.4) :

$$(2.5) \quad \dot{x}^0 = \varphi(x^k, \dot{x}^l, h),$$

la quantité $\dot{x}^k \partial_k \mathcal{L}$ s'exprime par la fonction

$$(2.6) \quad L(x^k, \dot{x}^l, h) = \mathcal{L}[x^k, \dot{x}^l, \varphi(x^k, \dot{x}^l, h)] - h \varphi(x^k, \dot{x}^l, h).$$

et l'on a $\partial_k L = \partial_k \mathcal{L}$. On en déduit que les projections de (E_h) sont définies par un système différentiel qui admet l'invariant intégral relatif $\varpi = \dot{x}^k \partial_k L$, c'est-à-dire sont extrémales correspondant à la fonction $L(x^k, \dot{x}^l, h)$, soit, par un calcul,

$$\int_{x_0}^{x_1} L(x^k, \dot{x}^l, h) = \int_{x_0}^{x_1} \left(-\sqrt{\frac{h^2}{\gamma_{00}}} - 1 \sqrt{-\hat{\gamma}_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j} + h \frac{\gamma_{0i} \dot{x}^i}{\gamma_{00}} \right) du,$$

où $\hat{\gamma}_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j = [\gamma_{ij} - (\gamma_{0i} \gamma_{0j} / \gamma_{00})] \dot{x}^i \dot{x}^j$ est définie négative. Ces extrémales

coïncident avec celles de

$$(2.7) \quad \int_{z_0}^{z_1} \left(\frac{1}{h} \sqrt{\frac{h^2}{\gamma_{00}} - 1} \sqrt{-\hat{\gamma}_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j} - \frac{\gamma_{0i} \dot{x}^i}{\gamma_{00}} \right) du.$$

3. Pour les géodésiques de longueur nulle $\bar{L}_0$:

$$(3.1) \quad \mathcal{L} = 0, \quad \text{d'où} \quad (\gamma_{0\alpha} \dot{x}^\alpha)^2 = -\gamma_{00} \hat{\gamma}_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j \quad (> 0).$$

Or, $(1/2) \partial_0 \mathcal{L}^2 = h \mathcal{L} = \gamma_{0\alpha} \dot{x}^\alpha$, de sorte que lorsque $\mathcal{L} \rightarrow 0$, $h \rightarrow \infty$ et a le signe de $\gamma_{0\alpha} \dot{x}^\alpha$. D'après (2.7), les projections de $\bar{L}_0$ sont extrémales de

$$\int_{z_0}^{z_1} \left[\lim_{h \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{h} \sqrt{\frac{h^2}{\gamma_{00}} - 1} \sqrt{-\hat{\gamma}_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j} - \frac{\gamma_{0i} \dot{x}^i}{\gamma_{00}} \right) \right] du.$$

En passant à la limite, on déduit le théorème :

THÉORÈME. — *Si le mouvement du milieu considéré est permanent, l'espace riemannien $\bar{V}_4$ est stationnaire et les rayons électromagnétiques (resp. lumineux) dans l'espace V_3 sont des lignes réalisant l'extrémum de l'intégrale*

$$(3.2) \quad \int_{z_0}^{z_1} \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{\gamma_{00}}} \sqrt{-\hat{\gamma}_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j} - \frac{\gamma_{0i} \dot{x}^i}{\gamma_{00}} \right) du$$

pour des variations à extrémités fixes, où ε est le signe de la quantité $\gamma_{0\alpha} \dot{x}^\alpha$.

4. De (2.6) on tire

$$\dot{x}^0 = \varphi(x^i, \dot{x}^i, h) = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h} = h \left(\frac{h^2}{\gamma_{00}} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}} \sqrt{-\hat{\gamma}_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j} - \frac{\gamma_{0i} \dot{x}^i}{\gamma_{00}}.$$

D'où, en passant à la limite pour $h \rightarrow \infty$,

$$\dot{x}^0 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\gamma_{00}}} \sqrt{-\hat{\gamma}_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j} - \frac{\gamma_{0i} \dot{x}^i}{\gamma_{00}}$$

(on observera que cette valeur est racine de l'équation $\mathcal{L} = 0$). Par intégration, on obtient

$$(4.1) \quad \int_{z_0}^{z_1} dx^0 = \int_{z_0}^{z_1} \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{\gamma_{00}}} \sqrt{-\hat{\gamma}_{ij} \dot{x}^i \dot{x}^j} - \frac{\gamma_{0i} \dot{x}^i}{\gamma_{00}} \right) du.$$

Le deuxième membre est l'intégrale (3.2) même. Celle-ci étant stationnaire, il vient $\varepsilon \int_{z_0}^{z_1} dx^0 = 0$. On démontre ainsi l'équivalence du principe géodésique et du principe du moindre temps.

Si l'espace-temps V_4 est statique au sens de Levi Civita, (4.1) se réduit à

$$\int_{z_0}^{z_1} dx^0 = \int_{z_0}^{z_1} \frac{n d\sigma}{\sqrt{g_{00}}}.$$

Dans l'espace euclidien, $g_{00} = 1$, on retrouve l'énoncé exact du principe de

Fermat en Optique. Le théorème précédent en constitue donc l'énoncé généralisé en Relativité.

L'interprétation du signe ε est simple. L'équation

$$\mathcal{E}^2 du^2 \equiv \frac{1}{\gamma_{00}} (\gamma_{0\alpha} dx^\alpha)^2 + \hat{\gamma}_{ij} dx^i dx^j$$

représente un cône réel $\bar{C}_x$ à directions tangentes à V_x , dont les deux nappes sont symétriques par rapport à l'hyperplan $\bar{\Pi}_x(\gamma_{0\alpha} dx^\alpha = 0)$. $M(x^\alpha)$ étant le sommet du cône, deux points M_1 et M'_1 de $\bar{C}_x$ symétriques et voisins de M , ont pour coordonnées $M_1(x^i + dx^i, x^0 + dx^0)$ et $M'_1(x^i + dx^i, x^0 - dx^0)$. On doit avoir $\gamma_{0\alpha} dx^\alpha = -\gamma_{0\alpha} dx'^\alpha$, d'où $dx^0 = dx^0 + 2\gamma_{00}^{-1}\gamma_{0i} dx^i$. Ainsi, sauf dans le cas statique, le temps mis par un rayon pour aller du point d'espace $A(x^i)$ au point d'espace $A'(x^i + dx^i)$ n'est pas le même que le temps mis pour aller de $A'(x^i + dx^i)$ à $A(x^i)$.

5. *Espace-temps de Minkowski*. — Cherchant à mettre le théorème sous la forme $\oint_{\gamma_0} d\sigma/\omega = 0$, nous démontrons que, si par exemple le milieu se meut dans la direction des rayons lumineux, $\omega = [(c/n) + v][1 + (v/cn)]$, v vitesse algébrique du milieu. Interprétant ω comme vitesse résultante de la lumière, nous obtenons une nouvelle démonstration de la loi relativiste de la composition des vitesses.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la conception tensorielle de la seconde quantification*. Note de M. **ROBERT POTIER**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans une Note précédente ⁽¹⁾, nous avons défini une conception covariante relativiste de la seconde quantification basée sur la considération de tenseurs de l'espace de Hilbert (H) des fonctions d'onde non superquantifiées.

Afin de développer cette conception, il convient d'étudier ces tenseurs. Soit $\Psi_{k_1, k_2, \dots, k_n}$ un tel tenseur à n indices covariants [au sens de (H)], symétrique en tous ses indices (cas des bosons) ou antisymétrique en tous ses indices (cas des fermions). Si X_k est un vecteur covariant quelconque de (H), on peut former, à partir du produit général de Ψ et de X , un tenseur symétrique et un seul, si Ψ est symétrique :

$$(1) \quad \Phi_{k_1, k_2, \dots, k_{n+1}} = b_{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} X_{k_i} \Psi_{k_1, k_2, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}, \dots, k_{n+1}}$$

un tenseur antisymétrique, et un seul, si Ψ est antisymétrique ;

$$(2) \quad \Phi_{k_1, k_2, \dots, k_{n+1}} = -b'_{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} (-1)^i X_{k_i} \Psi_{k_1, k_2, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}, \dots, k_{n+1}}$$

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 470.

Dans (1) et (2), les b_{n+1} et b'_{n+1} sont des constantes, *a priori* arbitraires. De même, si Y^k est un vecteur contrevariant arbitraire, on peut former, par contraction :

$$(3) \quad \Phi_{k_2, k_1, \dots, k_n} = a_{n+1} \sum_k Y^k \Psi_{k, k_2, k_1, \dots, k_n}.$$

Dans le cas symétrique, comme dans le cas antisymétrique, la formule (3) conserve le caractère soit symétrique, soit antisymétrique du tenseur. La somme $\sum_k$ est, dans (3), une somme infinie (série ou intégrale).

(1), (2) et (3) définissent des opérateurs linéaires en X et Y , et agissant linéairement sur $\Psi^+ : X^+$ et Y^- .

Les opérateurs X^+ sont différents selon que Ψ^+ est symétrique ou antisymétrique. X^+ augmente d'une unité le nombre des indices de Ψ^+ , et Y^- diminue d'une unité le nombre de ces indices.

On a donc, en abrégé

$$(4) \quad \Phi_{n+1} = X^+ \Psi_n,$$

$$(5) \quad \Phi_{n-1} = Y^- \Psi_n.$$

Si l'on calcule les commutateurs $[Y^- X^+]_{\mp}$, on voit qu'ils n'ont, en général, aucune expression simple. Pour qu'il y ait simplification, il faut que

$$(6) \quad a_{n+1} b_{n+1} = a_n b_n.$$

De (6), on peut déduire, sans diminuer la généralité, que tous les $a_n b_n$ sont égaux à 1. Alors

$$(7) \quad [Y^- X^+]_{\mp} = \sum_k Y^k X_k \quad \text{et} \quad [Y^- X^-]_{\mp} = 0; \quad [Y^+ X^+]_{\mp} = 0.$$

L'opération $[Y^- X^+]_{\mp}$ appliquée à Ψ^+ se réduit, dans ce cas, à une simple multiplication par le produit scalaire $\langle Y | X \rangle$. (7) correspond aux hypothèses habituelles de la seconde quantification. En effet, choisissons dans (H) un système orthonormal de vecteurs de base e_k .

On a

$$Y = \sum_k Y^k e_k; \quad X = \sum_k X^k e_k, \quad g_{h^*k} = \langle e_k | e_h \rangle = \delta_{kh},$$

d'où, puisque

$$(8) \quad \begin{aligned} X_k &= \sum_h g_{h^*k} (X^h)^* : \\ X_k &= (X^k)^*. \end{aligned}$$

Les opérateurs des formules (4) et (5) peuvent être décomposés selon :

$$(9) \quad X^+ = \sum_k X_k \beta(k), \quad Y^- = \sum_k Y^k \alpha(k).$$

$\mathfrak{A}(k)$ et $\mathfrak{B}(k)$ dont les expressions se déduiraient immédiatement de (1), (2) et (3) sont des matrices à éléments constants, dépendant de a_n et b_n . Si les ψ_k sont les fonctions de base de (H) (correspondant aux e_k de la représentation vectorielle), on peut former les expressions

$$(10) \quad \psi^+ = \sum_k \psi_k \mathfrak{B}(k), \quad \psi^- = \sum_k \bar{\psi}_k \mathfrak{A}(k).$$

On sait que, dans (H), les ψ_k se transforment comme les X_k . Les $\bar{\psi}_k$ se transforment comme les $(X_k)^*$, donc, en vertu de (8), comme les X^k . Il en résulte que ψ^+ et ψ^- ont les mêmes propriétés formelles que X^+ et X^- par rapport aux transformations unitaires de (H).

Comparons ψ^+ et ψ^- aux opérateurs habituels de la seconde quantification :

$$(\psi^+)_{op} = \sum_k (C^k)_{op} \psi_k \quad \text{et} \quad (\bar{\psi}^-)_{op} = \sum_k (C^k)_{op}^* \bar{\psi}_k.$$

$(C^k)_{op}$ n'est autre que $\mathfrak{B}(k)$. Il n'est pas associé à C^k , mais au vecteur de base covariant de composantes $x_k = \hat{c}_{k,h}$. ψ_k ne joue pas dans (10) le rôle de fonction de base, mais celui de composante covariante — telle X_k — d'un hypothétique vecteur. De même $\mathfrak{A}(k)$ qu'on appelle ordinairement $(C^k)_{op}^*$ est associé à e_k (c'est-à-dire à ψ_k) et $\bar{\psi}_k$ joue le rôle de Y^k , c'est-à-dire de C^k .

Les « fonctions d'onde superquantifiées » définies par (10) obéissent respectivement aux équations d'onde et aux équations d'onde conjuguées. Elles peuvent servir à définir les tenseurs de (H) intervenant dans l'hamiltonien d'interaction.

Leur considération, cependant, n'a rien d'indispensable.

Les $\mathfrak{A}(k)$ et $\mathfrak{B}(k)$ vérifient, en vertu de (7), les relations de commutation :

$$(11) \quad [\mathfrak{A}(k) \mathfrak{B}(h)]_{\pm} = \delta_{kh}; \quad [\mathfrak{A}(k) \mathfrak{A}(h)]_{\pm} = 0 \\ [\mathfrak{B}(k) \mathfrak{B}(h)]_{\pm} = 0.$$

Si l'on veut que les tenseurs $\Psi_{k_1, k_2, \dots, k_n}$ constituent un espace de Fock, il faut définir le produit scalaire :

$$(12) \quad \langle \Phi | \Psi \rangle = \sum_{n(k_i)} \Phi^{k_1, k_2, \dots, k_n} \Psi_{k_1, k_2, \dots, k_n} = \sum_{n(k_i)} \Phi_{k_1, k_2, \dots, k_n}^* \Psi_{k_1, k_2, \dots, k_n}$$

où (k_i) signifie que chaque combinaison des k pris n à n intervient une fois et une seule dans la somme.

Un vecteur d'état Ψ appartient à l'espace de Fock si $|\Psi|^2 = \langle \Psi | \Psi \rangle$ est un nombre fini.

Pour que les opérateurs X^+ et X^- , correspondant à un même vecteur de (H) exprimé dans un système de base orthonormal, soient hermitiens conjugués, c'est-à-dire que

$$(13) \quad \langle \Phi | X^+ \Psi \rangle = \langle X^- \Phi | \Psi \rangle$$

il faut prendre $a_n/b_n = n$.

Si l'on veut également satisfaire aux relations de commutation (7), on doit, nous l'avons vu, prendre $a_n b_n = 1$.

D'où

$$(14) \quad a_n = \sqrt{n}, \quad b_n = \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Les conditions (14) étant supposées satisfaites, une application répétée de l'inégalité de Schwartz ⁽²⁾ permet d'établir :

$$(15) \quad |X^- \Psi|^2 \leq |X|^2 \sum_n n |\Psi_n|^2, \quad |X^+ \Psi|^2 \leq |X|^2 \sum_n (n+1) |\Psi_n|^2.$$

Il ne résulte pas de (15) qu'il suffit que X appartienne à l'espace de Hilbert (H), et que Ψ appartienne à l'espace de Fock, pour que les vecteurs d'état $X^- \Psi$ et $X^+ \Psi$ appartiennent à l'espace de Fock. Cependant, pourvu que $|\Psi_n|^2$ décroisse suffisamment vite quand n augmente indéfiniment, les vecteurs d'état en question appartiennent bien à l'espace de Fock.

On peut voir que les formules (15) sont modifiées si les conditions (14) ne sont pas imposées. D'autres versions plus « convergentes » de la seconde quantification sont donc, en principe, possibles. Mais la condition d'hermiticité devant toujours être réalisée, ces versions ne peuvent pas comporter de relations de commutation simples telles que (7) et (11).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la correction de Jensen-Mayer au moment magnétique de ^{40}K en couplage intermédiaire.* Note de M. ÉMILE MARÉCHAL, présentée par M. Louis de Broglie.

1. Le moment magnétique observé de ^{40}K ($\mu = -1,29 \mu_N$) semble indiquer un état $j-j$ pur, puisque aucun des états LS purs ayant le spin observé de l'état fondamental $I = 4$, ne donne un moment magnétique négatif, alors qu'en couplage $j-j$, l'état $(d_{3/2})^{-1} f_{7/2}$ donne la valeur : $\mu = -1,70 \mu_N$.

Feenberg ⁽¹⁾ a suggéré qu'une explication possible de la différence des deux valeurs pouvait être trouvée dans un schéma de couplage intermédiaire. Tauber et Wu ⁽²⁾ ont calculé le moment magnétique de ^{40}K en couplage intermédiaire, sans tenir compte de la correction de Jensen-Mayer ⁽³⁾ et ont trouvé la valeur expérimentale pour un état voisin d'un état LS pur (paramètre de couplage spin-orbite ζ petit).

⁽²⁾ Cf. G. JULIA, *Introduction mathématique aux théories quantiques*, Paris, 1938, p. 3.

⁽¹⁾ *Phys. Rev.*, **76**, 1949, p. 1275.

⁽²⁾ *Phys. Rev.*, **94**, 1954, p. 1307.

⁽³⁾ *Phys. Rev.*, **83**, 1952, p. 1040.

Marty ⁽⁴⁾, par ailleurs, a estimé la valeur de la correction de Jensen-Mayer pour différentes configurations en couplage $j-j$ pur et a trouvé que celle-ci était faible sauf lorsqu'on a des protons dans des états du type $j = l - 1/2$.

Il s'agit de trouver l'importance de cette correction en couplage intermédiaire pour ^{40}K .

2. Le noyau de ^{40}K comportant un trou en protons et un neutron externe, nous avons pris un hamiltonien de la forme

$$H = H_0 + \mathcal{V}_{12} + \sum_{i=1,2} \xi_i \vec{l}_i \vec{s}_i \quad (i=1 \text{ pour le trou; } i=2 \text{ pour le neutron}),$$

avec la partie non perturbée

$$H_0 = \sum_{i=1,2} \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i=1,2} V_i^c.$$

Le potentiel central V_i^c dû au cœur du noyau est un potentiel d'oscillateur harmonique conduisant à des fonctions d'ondes radiales

$$R_{0l} = N_{0l} \exp\left(-\frac{r^2}{4\lambda^2}\right) r^{l+1},$$

où λ est lié au rayon moyen a de l'orbite de la particule en première approximation par $a = \lambda\sqrt{2}$.

Le potentiel d'interaction $\mathcal{V}_{12}$ a été pris de la forme

$$\mathcal{V}_{12} = -(c_1 + c_2 P_x) V,$$

avec V , potentiel de Yukawa; P_x , opérateur de Majorana

$$c_1 = 0,13, \quad c_2 = -0,93,$$

valeurs fournies par Inglis ⁽⁵⁾.

Nous avons calculé les niveaux d'énergie des états de spin $I=4$: $^3\text{H}_4$, $^1\text{G}_4$, $^3\text{F}_4$, $^3\text{G}_4$, par la méthode de Racah ⁽⁶⁾. Puis, désignant avec Tauber ⁽²⁾ la fonction d'onde de spin $I=4$ de l'état fondamental en couplage intermédiaire par

$$\langle x | 4, 4 \rangle = \alpha \langle x | ^3\text{H}_4 \rangle + \beta \langle x | ^1\text{G}_4 \rangle + \gamma \langle x | ^3\text{F}_4 \rangle + \delta \langle x | ^3\text{G}_4 \rangle$$

$$(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 1),$$

nous avons obtenu ces coefficients en fonction du paramètre ζ du couplage spin-orbite en diagonalisant la matrice d'énergie pour les états de spin $I=4$.

3. La formule du moment magnétique de ^{40}K , compte tenu de la correction

⁽⁴⁾ *J. Phys. Rad.*, 15, 1954, p. 783.

⁽⁵⁾ *Rev. Mod. Phys.*, 25, 1953, p. 390.

⁽⁶⁾ *Phys. Rev.*, 62, 1942, p. 438.

de Jensen-Mayer, s'écrit :

$$\tilde{\mu} = \sum_i \left\{ g_i^p \tilde{l}_i + g_i^n \tilde{s}_i + M g_i^p \tilde{\zeta}_i [r_i^2 \tilde{s}_i - (\tilde{s}_i \cdot \tilde{r}_i) \tilde{r}_i] \right\} \mu_N$$

(M , masse du proton ; μ_N , magnéton nucléaire ; g_i^p et g_i^n , rapports gyromagnétiques du proton et du neutron ; $\tilde{l}_i$ et $\tilde{s}_i$, mesurés en unités $\hbar$).

Nous en avons calculé la valeur moyenne par les méthodes de Condon et Shortley ⁽¹⁾ en fonction de α , β , γ , δ , donc en fonction de ζ .

1. Nous avons trouvé pour le moment magnétique, que, si l'on ne tient pas compte de la correction de Jensen-Mayer, nous obtenons sa valeur expérimentale, avec le potentiel choisi, pour $\zeta = 0,75$ MeV, ce qui est en accord avec les résultats de Tauber. En ce cas

$$\alpha^2 = 0,0465, \quad \beta^2 = 0,212, \quad \gamma^2 = 0,314, \quad \delta^2 = 0,426.$$

En $j-j$ pur, ces coefficients calculés par les formules de Pryce ⁽⁸⁾ deviennent :

$$\alpha^2 = 0,0419, \quad \beta^2 = 0,257, \quad \gamma^2 = 0,238, \quad \delta^2 = 0,463.$$

(État fondamental en LS pur $\gamma = 1$).

Avec la correction de Jensen-Mayer, μ présente un minimum négatif ($\mu = -0,76 \mu_N$) pour $\zeta = 0,45$ MeV, indiquant que l'état du noyau est proche d'un état LS. La correction de Jensen-Mayer est donc importante et il semble qu'il faille faire appel à des mélanges de configurations et à une autre relation entre a et λ pour retrouver la valeur expérimentale de μ , car μ croît en fonction de ζ pour $\zeta > 0,45$ et prend même des valeurs positives pour $\zeta \geq 2$ MeV ($j-j$ pur) [Voir par exemple ⁽⁹⁾].

PHYSIQUE THÉORIQUE. — Sur la dilatation de la couche s de ^{16}O .

Note de M. **BERNARD JANCOWICI**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans une Note précédente ⁽¹⁾, on a évalué l'énergie de liaison et les dimensions des noyaux ^4He et ^{16}O . L'énergie cinétique d'un noyau de A particules avait été calculée comme la somme des énergies cinétiques individuelles de chaque nucléon. En fait, on introduit aussi de cette façon l'énergie cinétique du mouvement du centre de gravité ⁽²⁾, qui ne devrait pas intervenir dans le

⁽¹⁾ *Theory of Atomic Spectra*.

⁽⁸⁾ *Proc. Phys. Soc.*, A, 65, 1952, p. 773.

⁽⁹⁾ MARTY, NATAF et PRENTKI, *J. Phys. R.*, 13, 1954, p. 134.

⁽¹⁾ B. JANCOWICI, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 1608.

⁽²⁾ E. P. WIGNER (Communication privée).

problème. Pour soustraire cette dernière on doit multiplier l'énergie cinétique totale ⁽³⁾, ⁽⁴⁾ par un facteur $1 - (1/A)$. Quand on fait cette correction, une interaction saturante qui reproduit l'énergie de liaison expérimentale et un rayon raisonnable pour ³He prédit pour ¹⁶O une énergie de liaison beaucoup trop faible et un rayon trop grand.

Aussi pour évaluer la dilatation de la couche *s*, nous renonçons à un procédé entièrement variationnel. Nous préférons calculer le noyau ¹⁶O en variant une fonction d'onde à deux paramètres (les « rayons » des couches *s* et *p*), et avec une interaction choisie pour reproduire son énergie de liaison. Nous comparons ensuite le rayon de la couche *s* ainsi obtenu avec le rayon de ⁴He mesuré par diffusion d'électrons de haute énergie ⁽⁵⁾.

Le calcul variationnel de ¹⁶O est décrit dans la Note précédente ⁽¹⁾. Toutefois, il faut aussi noter ⁽⁶⁾ que l'intégrale d'échange *K* doit contenir le facteur $\lambda_0^3 \lambda_1^5$ au lieu de $\lambda_0^4 \lambda_1^4$. On obtient alors l'énergie minima pour un rapport λ_1/λ_0 égal ou légèrement supérieur à 1, selon la forme de l'interaction choisie. Donc le cœur *s* de ¹⁶O a une extension comparable à celle qu'il aurait dans un modèle à un seul puits parabolique. Si l'on prend $\lambda_0/\lambda_1 = 1$ et si l'on ajuste l'interaction pour donner à ¹⁶O le même paramètre de puits que celui qui reproduit la différence expérimentale d'énergie électrostatique ⁽⁷⁾ entre ¹⁵O et ¹⁵N, on trouve un rayon quadratique moyen de $2,04 \cdot 10^{-13}$ cm pour la couche *s* de ¹⁶O.

D'autre part, le rayon quadratique moyen mesuré ⁽⁵⁾ pour ⁴He est compris entre $1,40$ et $1,55 \cdot 10^{-13}$ cm. On voit ainsi que la couche *s* se dilate de 30 à 45 % quand on passe de ⁴He à ¹⁶O, ce qui suggère une assez grande déformabilité pour les couches internes des noyaux sous l'action des nucléons périphériques.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur certaines propriétés des contacts électriques imparfaits avec application aux « prises de terre » et aux méthodes d'enregistrement des courants telluriques.* Note de M. **ÉDOUARD SELZER**, présentée par M. Charles Maurain.

Par *contact électrique* nous entendons toute juxtaposition directe de deux conducteurs, maintenus l'un contre l'autre par des actions appropriées. Le cas des soudures proprement dites est exclu. Si la juxtaposition n'est pas directe on pourra en général la décomposer en plusieurs contacts successifs.

⁽³⁾ E. FEENBERG et E. WIGNER, *Phys. Rev.*, **51**, 1937, p. 95.

⁽⁴⁾ E. FEENBERG et M. PHILLIPS, *Phys. Rev.*, **51**, 1937, p. 597.

⁽⁵⁾ R. BLANKENBECLER et R. HOFSTADTER, *Bull. Am. Phys. Soc.*, **II**, **1**, 1956, p. 10.

⁽⁶⁾ D. R. INGLIS (Communication privée).

⁽⁷⁾ B. C. CARLSON et I. TALMI, *Phys. Rev.*, **96**, 1954, p. 436.

Nous dirons qu'un contact électrique est imparfait quand, inséré dans un circuit déterminé il y provoque des phénomènes non prévisibles et, en général, irréguliers. L'étude systématique des contacts imparfaits est importante, d'abord par l'intérêt propre des phénomènes qui y ont leur siège ⁽¹⁾ et aussi parce que tout contact électrique doit être considéré comme imparfait pour des montages d'une assez grande sensibilité ⁽²⁾.

On trouvera dans l'Ouvrage de Holm, déjà cité ⁽¹⁾, une revue détaillée des principales causes d'imperfections des contacts usuels entre métaux et alliages. Nous porterons ici seulement notre attention sur les conditions de stabilisation de la *résistance ohmique de contact*. Nous croyons utile de rappeler que cette grandeur doit être évaluée de part et d'autre d'un petit volume entourant la surface apparente de contact S , suffisamment grand cependant pour que, en dehors de ce volume, les lignes de courant soient géométriquement stables. Par contre, à l'intérieur de ce volume, les lignes et tubes de courant sont en évolution perpétuelle, en fonction des changements incessants qui se produisent dans l'état superficiel de S . En particulier on sait qu'à un instant déterminé la plus grande partie de S est recouverte par une pellicule isolante, le courant ne passant que par un ensemble de tout petits éléments de surface, là précisément où cette pellicule, jouant le rôle de diélectrique solide qui séparerait les deux armatures d'un condensateur chargé, a été percée. Les variations de la résistance de contact sont donc essentiellement liées aux variations de la résistance de l'ensemble des tubes de courant reliant les domaines électriquement stables des deux conducteurs.

Dans la publication ⁽²⁾ déjà citée, nous avons indiqué que la qualité d'un contact déterminé, très acceptable quand ce contact était traversé par un courant suffisamment faible, devenait toujours plus ou moins mauvaise quand l'intensité de ce courant augmentait. Nous avons reconnu depuis, en plusieurs occasions, qu'une limite opposée existait aussi : c'est-à-dire que tout contact devient imparfait, et même très imparfait, quand on fait tendre vers zéro le courant qui le traverse. C'est ainsi que certaines « antennes magnétiques » (bobinages sur noyaux très perméables, destinés à l'enregistrement des faibles variations rapides du champ magnétique terrestre, dont le bobinage présentait une épissure, cependant soignée, ne donnaient une réponse qu'au-delà d'un certain seuil de force électromotrice induite. Ce seuil une fois dépassé on pouvait, en opérant cette fois par forces électromotrices décroissantes, les actionner pour des valeurs 10 et même 100 fois plus faibles que celle correspondant au seuil. Un repos de quelques minutes suffisait à rétablir les conditions initiales.

⁽¹⁾ R. HOLM, *Die technische Physik der elektrischen Kontakte*, Berlin, 1941.

⁽²⁾ E. SELZER, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 169.

Ces conditions ont pu être conservées et ces expériences reproduites pendant plusieurs mois. Ces faits peuvent s'interpréter de la façon suivante : Il faut une certaine différence de potentiel minimum de part et d'autre de la surface S pour que commence le « claquage » du diélectrique et surtout pour qu'il se produise à un rythme tel que la résistance du contact puisse apparaître statistiquement stable. Si, au contraire, l'intensité du courant devient trop grande, des échauffements locaux plus ou moins considérables se produisent au voisinage de S , des volatilisations de matière peuvent s'y produire, déclenchant une série de phénomènes désordonnés.

Dans ce qui précède nous avons surtout eu en vue les contacts entre solides (métaux ou alliages). Des expériences nous ont montré que les contacts entre solides et liquides, par exemple ceux qui interviennent dans les rhéostats liquides, dans les piles et dans les accumulateurs, se comportent en général de façon encore beaucoup plus imparfaite bien que les surfaces apparentes de contact puissent être ici considérables.

Quant aux contacts entre un solide métallique et un milieu naturel tel que le sol, contacts communément réalisés dans les « prises de terre », il serait extraordinaire qu'ils soient moins imparfaits que les autres avec le sens que nous donnons à ce terme. En fait tous les praticiens des montages d'enregistrement des courants telluriques, montages comportant au minimum deux prises de terre ou électrodes, insistent sur la nécessité absolue, pour s'assurer des enregistrements cohérents, de se prémunir non seulement contre les variations dues aux phénomènes électrolytiques ou thermoélectriques de toutes sortes, mais encore contre les variations erratiques des résistances de ces prises de terre. Mais nous pensons que les prises de terre des montages classiques sont souvent mauvaises par le fait que l'expérimentateur se croit obligé de supprimer à peu près complètement la partie constante du courant traversant les électrodes et le galvanomètre (méthode de compensation potentiométrique). Or, il est possible, c'est ce que nous avons fait à l'observatoire de Chambon-la-Forêt depuis mai 1955, de renoncer entièrement à cette méthode de compensation électrique. Une première résolution consiste à passer de la ligne tellurique au galvanomètre par l'intermédiaire d'un transformateur. Mais cette solution, outre les déformations qu'elle peut imposer aux fluctuations à enregistrer, est en général d'un rendement déplorable. Nous avons donc préféré laisser le galvanomètre dans le circuit principal et appliquer à son cadre un couple mécanique compensateur par une torsion convenable donnée à sa suspension (fibre de quartz). Comme la partie principale du courant qui traverse le galvanomètre peut atteindre des valeurs élevées par rapport à sa sensibilité, cette « mise en torsion » initiale nécessite certaines précautions et doit être conduite conjointement à une « mise en tension électrique » progressive. Mais avec les galvanomètres que nous

avons choisis (« Kipp », type K-C et type Micro-moll à têtes libres) ces manœuvres conjuguées peuvent être conduites avec sûreté. Ces réglages peuvent ensuite être légèrement modifiés en cours d'enregistrement suivant les nécessités des compensations à réaliser et ont l'avantage, sur les procédés de compensation électrique, d'une parfaite continuité. Mais surtout, les électrodes étant ainsi normalement parcourues par un léger courant naturel, conservent, ainsi que nous en avons eu la preuve au cours de six mois d'enregistrements discontinus, une grande stabilité. Cela nous a permis de travailler avec des lignes très courtes, de moins de 50 m, donnant des enregistrements toujours parfaitement cohérents.

ÉLECTROSTATIQUE. — *Potentiel d'un disque uniformément chargé.*

Note (*) de M. ÉMILE DURAND, présentée par M. Louis de Broglie.

Les potentiels sur l'axe et dans le plan du disque ont une expression relativement simple. Par contre, on n'a jamais donné une expression générale, pour un point P quelconque et c'est cette formule que nous allons établir.

Si σ est la densité et $V_0 = \sigma a / 2\epsilon_0$ le potentiel au centre du disque, on a (fig. 1a)

$$(1) \quad V = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{dS}{r} = \frac{V_0}{2\pi a} \int_S \frac{dS}{r},$$

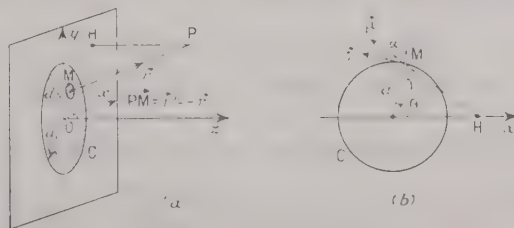
avec

$$(2) \quad r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2}; \quad P(x, y, z); \quad M(\xi, \eta, 0).$$

Pour transformer (1) en intégrale de surface, nous utilisons la relation

$$(3) \quad \frac{2}{r} = \Delta r = (\partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2) r = (\partial_\xi^2 + \partial_\eta^2) r + \partial_z^2 r = \text{div}' \vec{\text{grad}}' r + \partial_z^2 r,$$

les divergences ou les gradients primés concernant les dérivées par rapport



aux coordonnées ξ, η . En portant (3) dans (2) et effectuant les dérivations par rapport à z , on obtient

$$(4) \quad \partial_z^2 \left\{ \int_S r dS \right\} = \int_S \frac{dS}{r} = 2 \int_S \partial_z \left(\frac{1}{r} \right) dS = \int_S \frac{dS}{r} = 2\Omega.$$

(*) Séance du 6 février 1956.

où Ω est l'angle solide sous lequel on voit le disque du point P. Il reste donc

$$(5) \quad \int_s \frac{dS}{r} = -z\Omega + \int_s \operatorname{div}' \overrightarrow{\operatorname{grad}' r} dS.$$

Utilisons la formule de transformation des intégrales de surfaces que nous avons donnée dans une précédente Note ⁽¹⁾, soit

$$(6) \quad \int_c [\vec{dl} \times \vec{A}] = \int_s \{ (\vec{n} \operatorname{grad}' \vec{r}) \vec{A} + [\vec{n} \times \operatorname{rot}' \vec{A}] - \vec{n} \operatorname{div}' \vec{A} \} dS,$$

avec ici

$$\vec{A} = \overrightarrow{\operatorname{grad}' r} = \frac{\vec{r}'}{r}, \quad \vec{n} = (0, 0, 1).$$

Comme r ne dépend pas de ζ , on a simplement

$$(7) \quad \int_s \operatorname{div}' \overrightarrow{\operatorname{grad}' r} dS = \int_c \left[dl_x \left(\frac{\vec{r}'}{r} \right)_x - dl_y \left(\frac{\vec{r}'}{r} \right)_y \right].$$

Si $\vec{\lambda}$ et $\vec{\mu}$ sont les vecteurs unitaires des directions $d\vec{l}$ de l'élément d'arc de la circonférence C et de $\overrightarrow{HM}$ qui est la projection de $\overrightarrow{PM}$ sur le plan du disque (*fig. 1b*) on a

$$(8) \quad \frac{\vec{r}'}{r} = \frac{\vec{r}'}{\overline{MH}} \frac{\overline{MH}}{r} = \vec{\mu} \frac{\overline{MH}}{r},$$

$$(9) \quad [\vec{\lambda} \times \vec{\mu}] = \sin \alpha = \cos \gamma = \frac{\overline{MH}^2 + a^2 - R^2}{r^2}.$$

En portant dans (7), puis (7) dans (5) et avec $dl = a d\theta$, l'expression s'écrit

$$(10) \quad \int_s \frac{dS}{r} = -z\Omega + \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{2\pi} r d\theta + (a^2 - R^2 - z^2) \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{r} \right\}.$$

Or, ces deux intégrales, après un changement simple de variable ⁽²⁾ donnent les intégrales de Legendre de première et de deuxième espèce $\mathcal{J}_1$ et $\mathcal{J}_2$ de l'argument

$$(11) \quad K = \frac{2\sqrt{aR}}{r_1}, \quad \text{avec} \quad r_1 = \sqrt{(a+R)^2 + z^2},$$

R et z désignant les coordonnées du point P, soit en définitive

$$(12) \quad \int_s \frac{dS}{r} = -z\Omega + 2 \left\{ r_1 \mathcal{J}_2(K) + \frac{a^2 - R^2 - z^2}{r_1} \mathcal{J}_1(K) \right\}.$$

Le potentiel cherché prend donc la forme

$$(13) \quad V = \frac{V_0}{\pi a} \left\{ r_1 \mathcal{J}_2 + \frac{a^2 - R^2 - z^2}{r_1} \mathcal{J}_1 - \frac{z}{2} \Omega \right\}.$$

(1) E. DURAND, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 594.

(2) E. DURAND, *Électrostatique et Magnétostatique*, Masson, Paris, 1953, p. 52.

Pour avoir une expression plus explicite, il suffit de considérer l'expression que nous avons obtenue pour Ω dans une précédente Note ⁽³⁾, soit

$$(14) \quad V = \frac{V_0}{\pi a} \left\{ -\varepsilon(1-\varepsilon') \frac{\pi}{2} z + r_1 \mathcal{J}_2(K) + \frac{a^2 - R^2}{r_1} \mathcal{J}_1(K) + \frac{z^2}{r_1} \frac{a-R}{a+R} \mathcal{J}_3(K, m) \right\}.$$

Cette expression contient l'intégrale elliptique de troisième espèce

$$(15) \quad \mathcal{J}_3(K, m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{\sqrt{1-K^2 \sin^2 \psi} [1-m^2 \sin^2 \psi]} \quad \text{avec} \quad m = \frac{2\sqrt{aR}}{(a+R)}.$$

Dans le plan du disque ($z=0$) la formule (14) se simplifie et donne

$$(16) \quad V = \frac{V_0}{\pi a} \{ (a+R) \mathcal{J}_2(K) + (a-R) \mathcal{J}_1(K) \}, \quad \text{avec} \quad K = \frac{2\sqrt{aR}}{(a+R)}.$$

Ceci peut s'écrire autrement car on a entre les intégrales de Legendre d'arguments K et k reliés par $K = 2\sqrt{k/(1+k)}$, les relations

$$(17) \quad \begin{cases} 2\mathcal{J}_2(k) = (1-k)\mathcal{J}_1(K) + (1+k)\mathcal{J}_2(K), \\ (1+k)\mathcal{J}_1(k) = \mathcal{J}_1(K). \end{cases}$$

Avec ces expressions, on peut mettre (16), sous la forme

$$(18) \quad \begin{cases} V = V_0 \frac{2}{\pi} \mathcal{J}_2\left(\frac{R}{a}\right) & \text{quand } R < a, \\ V = V_0 \frac{2}{\pi} \frac{R}{a} \left\{ \mathcal{J}_2\left(\frac{a}{R}\right) - \left(1 - \frac{a^2}{R^2}\right) \mathcal{J}_1\left(\frac{a}{R}\right) \right\}, & \text{quand } R > a. \end{cases}$$

Quand $R=a$, l'intégrale $\mathcal{J}_3$ disparaît de Ω et aussi de (14); il reste simplement

$$(19) \quad V = \frac{V_0}{\pi a} \left\{ -\frac{\pi}{2} \{z\} + r_1 \mathcal{J}_2(K) \right\}, \quad \text{avec} \quad \begin{cases} K = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{2a}\right)^2}}, \\ r_1 = \sqrt{4a^2 + z^2}. \end{cases}$$

Par dérivation de (14), on en déduit le potentiel-vecteur ou le potentiel scalaire d'un courant circulaire d'axe Oz , puisque l'on a

$$(20) \quad \Lambda_z = -\frac{\partial \Pi_z^*}{\partial R}, \quad \mu_0 V^* = -\partial_z \Pi_z^*, \quad \Pi_z^* = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{ds}{r}.$$

Pour prendre ces dérivées partielles de $\mathcal{J}_3(K, m)$, il est bon d'établir d'abord les relations

$$(21) \quad \left(1 - \frac{m^2}{K^2}\right) \frac{\partial \mathcal{J}_3}{\partial K} = \frac{1}{K} \left\{ \frac{\mathcal{J}_2}{1-K^2} - \mathcal{J}_3 \right\}$$

$$(22) \quad \frac{\partial \mathcal{J}_3}{\partial m} = \frac{m}{1-m^2} \left\{ \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1-m^2}{K^2-m^2} \right) \mathcal{J}_3 - \frac{\mathcal{J}_1}{m^2} - \frac{\mathcal{J}_2}{K^2-m^2} \right\}.$$

(3) E. DURAND, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 78.

MAGNÉTISME. — *Sur la désaimantation, par action de champs magnétiques alternatifs, de la magnétite et du sesquioxyde de fer α* . Note (*) de M^{lle} FRANCINE RIMBERT, présentée par M. Charles Maurain.

L'attention ayant été attirée par l'intérêt que présente, en géomagnétisme, la désaimantation par action de champs alternatifs ⁽¹⁾, ⁽²⁾, je voudrais montrer sur un exemple comment se présentent, à ce point de vue, les faits essentiels relatifs à l'aimantation rémanente isotherme (ARI) et à l'aimantation thermorémanente (ATR).

Le corps étudié, sous forme de roche synthétique élémentaire, est constitué par de la magnétite dispersée dans du kaolin au taux de 1 % en poids. Cette magnétite, préparée par Ch. Guillaud, est en grains fins de l'ordre de 0,1 μ ; avant tout essai, elle a été réchauffée à 580° pendant 2 h environ, pour stabiliser ses propriétés magnétiques. L'échantillon, en forme de cylindre, a reçu des aimantations longitudinales, ARI et ATR successivement, dans des champs variés, chaque aimantation nouvelle n'étant donnée qu'après désaimantation vraie du corps par réchauffement jusqu'à son point de Curie. Chacune des aimantations σ_0 due à un champ continu h , appliqué à la température ordinaire pour les ARI ou pendant tout le refroidissement pour les ATR, a été attaquée par des champs alternatifs d'intensités maxima H croissantes, dans les conditions expérimentales déjà exposées ⁽¹⁾, l'aimantation σ restante étant mesurée après chaque application du champ alternatif. Les tableaux suivants donnent les valeurs de σ en fonction de H ; chaque colonne correspond à une valeur h du champ magnétisant initial; la première ligne de chacun des deux tableaux donne la variation des aimantations initiales σ_0 , ARI (tableau I) et ATR (tableau II), en fonction du champ magnétisant h et indépendamment de tout effet de champ alternatif.

L'examen de ces tableaux permet de dégager des règles simples quant à la valeur du champ alternatif H_0 minimum nécessaire à la désaimantation totale, soit d'une ARI, soit d'une ATR. Posons, par définition, que le corps est désaimanté lorsqu'il ne possède plus que le 1/100^e de son aimantation initiale. Dans le cas des ARI, nous voyons que, si elles sont faibles, il faut, pour les détruire, un champ H_0 numériquement égal au champ h qui les a créées; mais, les ARI croissant et tendant vers leur valeur à saturation (pratiquement atteinte vers $h = 1200$ Oe), le champ H_0 croît de plus en plus lentement avec h , et tend vers une valeur maximum

(*) Séance du 30 janvier 1956.

(1) E. THELLIER et F. RIMBERT, *Comptes rendus*, 239, 1954, p. 1399.

(2) E. THELLIER et F. RIMBERT, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 1404.

qui est de l'ordre de 700 Oe. Dans le cas des ATR, le champ H_0 est au contraire très élevé (de l'ordre de 1200 Oe) pour les plus faibles aimantations, et semblerait tendre vers la valeur de 700 Oe pour les aimantations plus fortes. On retrouve ainsi un fait souvent signalé : les ARI et ATR fortes sont très analogues; ici, elles disparaissent dans les mêmes champs alternatifs, alors que ARI et ATR faibles sont très différentes, les premières étant fragiles, et les secondes au contraire résistantes au maximum.

TABLEAU I.

(H et h en œersteds, σ en 10^{-4} u. é. m.)

H.	h	100.	200.	300.	400.	500.	600.	800.	950.	1 200.
0	9	79	268	1 100	2 020	2 900	3 815	4 100	4 125	
50	4	46	221	1 030	1 928	2 800	3 681	4 051	4 100	
80	1	25	177	960	1 825	2 690	3 520	3 890	3 895	
100	1	17	171	910	1 772	2 632	3 432	3 820	3 820	
150	—	7	75	690	1 504	2 280	3 070	3 410	3 420	
200	—	1	35	340	1 022	1 688	2 415	2 742	2 730	
250	—	—	13	80	390	932	1 489	1 853	1 880	
300	—	—	3	30	91	351	800	1 032	1 100	
400	—	—	—	8	7	15	155	259	366	
500	—	—	—	—	4	4	25	80	125	
600	—	—	—	—	—	—	3	53	54	
700	—	—	—	—	—	—	—	7	25	
800	—	—	—	—	—	—	—	4	15	
900	—	—	—	—	—	—	—	—	4	
1000	—	—	—	—	—	—	—	—	4	

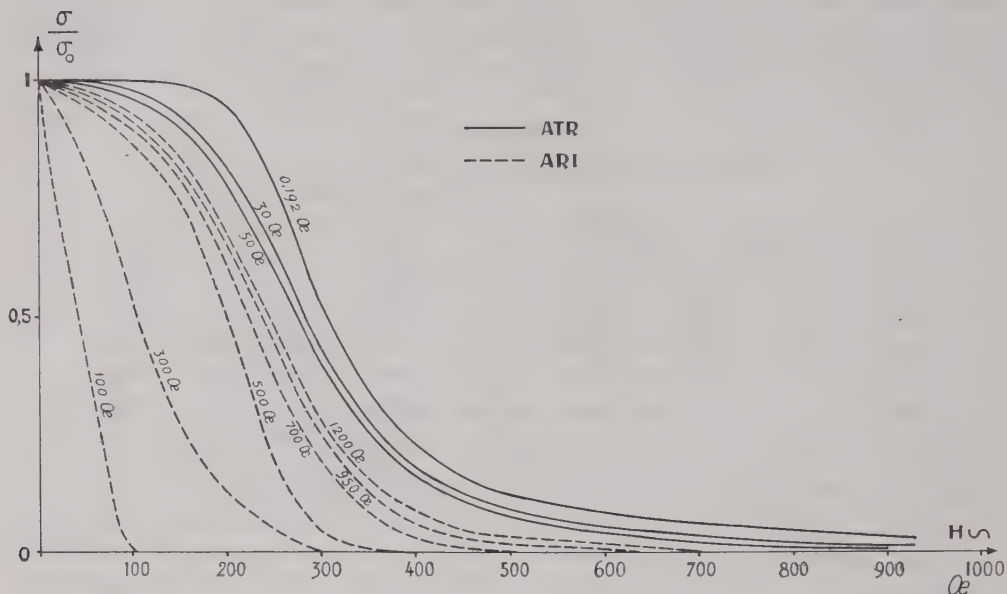
TABLEAU II.

(H et h en œersteds, σ en 10^{-4} u. é. m.)

H.	h	019.	2.	10.	20.	50.
0		303	1 305	2 657	3 542	3 930
50		»	»	2 648	3 510	3 900
100		»	»	2 642	—	3 780
150		300	1 298	2 634	3 318	3 560
200		289	1 218	2 361	2 862	3 060
300		158	678	1 310	1 350	1 568
400		69	306	584	567	666
500		38	—	319	290	346
600		27	102	197	174	175
700		20	65	129	115	102
800		15	50	78	70	77
900		9	27	58	51	47
1000		6	25	38	37	36

Ce fait important apparaît de façon très claire si on trace les courbes de désaimantation en valeurs relatives σ/σ_0 en fonction de H (*fig. 1*), qui

présentent une forte parenté avec les courbes de désaimantation par réchauffements progressifs ⁽³⁾. Alors que les courbes sont très différentes pour l'ATR la plus faible ($h = 0,192$ Oe) et l'ARI la plus faible ($h = 100$ Oe),



elles se déplacent en sens inverses en tendant vers la même forme pour les aimantations fortes. Il n'est pas absurde de supposer qu'elles coïncideraient pour l'aimantation à saturation qui n'a pas été atteinte dans ces essais.

Un travail analogue a été effectué sur le sesquioxyde de fer $\text{Fe}_2\text{O}_3\alpha$, mais à cause de la dureté magnétique considérable de ce corps, il n'a pas pu être poussé aussi loin vers les aimantations à saturation. Dans le domaine exploré, les règles précédentes s'appliquent encore, comme on peut le voir d'après les tableaux III et IV, établis comme ceux qui se rapportent à la magnétite.

Il faut remarquer que les règles que nous avons dégagées ne sont valables que pour les ARI franches, et qu'elles deviendraient trompeuses si on voulait les appliquer directement dans l'étude des roches, car la plupart d'entre elles possèdent une ARI de viscosité, acquise par lent trainage, qui présente, à l'action des champs alternatifs, une résistance remarquable que j'étudie actuellement.

(3) J. ROQUET, *Ann. Geophys.*, 10, 1954, p. 226-247 et 282-325.

TABLEAU III (ARI).

H.	<i>h</i>	400.	600.	800.	1000.	1200.
0.....		5	11	19,5	31,3	55
50.....		3,8	9,4	17	28,6	52
100.....		2	7,4	14,3	24,8	48
200.....		0,3	3,8	9	18,2	39
300.....		0,1	1,2	2,8	12,2	29
400.....		—	0,4	1,2	7,8	20
600.....		—	—	0,2	1,1	4
800.....		—	—	—	0,2	2,5
1000.....		—	—	—	—	0,5

TABLEAU IV (ATR).

H.	<i>h</i>	0,19.	5.	10.
0.....		110	1 120	1 980
100.....		»	»	»
1000.....		»	»	»

OPTIQUE. — *Mesure du pouvoir réflecteur dans l'ultraviolet lointain de couches évaporées de tantale, tungstène et zirconium.* Note de M^{lle} **DENISE FABRE** et **M. JACQUES ROMAND**, présentée par M. Eugène Darmois.

Les auteurs étudient le pouvoir réflecteur de couches évaporées de tantale, tungstène et zirconium, dans la région spectrale 1100–1700 Å. L'examen des résultats obtenus montre que, dans l'ensemble, ces trois éléments ont un pouvoir réflecteur convenable dans la région étudiée, et pourraient éventuellement être utilisés pour des applications pratiques.

Les mesures de pouvoir réflecteur dans l'ultraviolet lointain de couches métalliques obtenues par évaporation, ont été généralement limitées, jusqu'à présent, à l'étude de couches de métal à point de fusion relativement peu élevé. Nous donnons ici les résultats de mesures effectuées sur trois métaux réfractaires : le tantale et le tungstène pour lesquels il n'existe pas, à notre connaissance, de données dans l'ultraviolet lointain, et le zirconium, déjà étudié par Sabine ⁽¹⁾.

Les couches ont été réalisées dans un appareil d'évaporation indépendant de l'appareil de mesure des pouvoirs réflecteurs, d'où la nécessité de leur exposition à l'air pendant le transfert. Dans ces conditions, notre travail constitue surtout une étude des possibilités pratiques d'utilisation de ces métaux.

Les mesures de pouvoir réflecteur ont été faites sous une incidence de 18° en utilisant un appareillage dont les parties essentielles ont été décrites

(¹) *Phys. Rev.*, 33, 1939, p. 1064.

par ailleurs ⁽²⁾, et qui, grâce à quelques perfectionnements techniques, permet actuellement d'effectuer des mesures avec des erreurs relatives de $\pm 6\%$ dans l'ultraviolet lointain.

Pour évaporer le tantale, nous avons utilisé un ruban de ce métal, dans lequel nous avons ménagé une bande plus étroite afin d'augmenter localement la résistance électrique et, par conséquent, la température. Les couches que nous avons faites (15 mn d'évaporation environ) ont une transmission dans le visible inférieure à 1 %, et un très bon éclat métallique; leur adhérence est également très bonne. La courbe A de la figure 1 représente la variation du pouvoir réflecteur en fonction de la longueur d'onde (2 miroirs). Il est constant dans l'intervalle étudié, et encore de 20 % à 1100 Å.

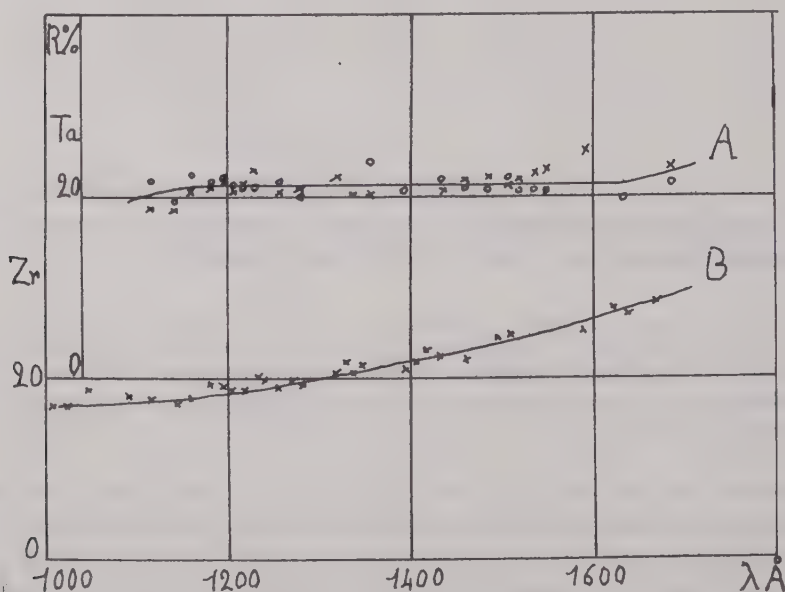


Fig. 1.

Nous avons évaporé le tungstène en utilisant un fil de $5/10^6$ de millimètre parcouru par un courant de 27 A ⁽³⁾. En évaporant pendant 30 mn, les couches obtenues ont des transmissions dans le visible de 3 à 15 % suivant la distance à l'évaporateur. Elles ont l'éclat métallique et leur adhérence au verre est bonne. Nous avons étudié l'évolution de leur pouvoir réflecteur en fonction du temps. La courbe A de la figure 2 représente le pouvoir

⁽²⁾ M^{me} S. ROBIN, *Thèse (Revue Optique, 33, 1954)*.

⁽³⁾ Nous n'avons pas eu jusqu'à présent la possibilité d'utiliser d'autres méthodes d'évaporation, qui en principe conviennent mieux aux corps réfractaires que celle que nous avons utilisée.

réflecteur de notre meilleure couche fraîchement préparée; pour cette courbe l'erreur relative est le double de celle correspondant aux autres courbes, la méthode de mesure utilisant exceptionnellement dans ce cas un étalon de platine. Après trois semaines, pendant lesquelles la couche est restée le plus souvent sous vide, le pouvoir réflecteur dans l'ultraviolet lointain (courbe B), a baissé de 20 % en moyenne mais la forme de la courbe est restée la même; après trois mois d'exposition à l'air, nous observons une baisse très sensible du pouvoir réflecteur dans l'ultraviolet et l'apparition d'un minimum vers 1360 Å (courbe C). Ce minimum apparaît également lors du vieillissement de couches de platine. Il semble qu'il soit dû à un dépôt superficiel dont nous recherchons actuellement l'origine. L'aspect en lumière visible après ce long délai d'exposition à l'air, ne varie pas d'une manière appréciable.

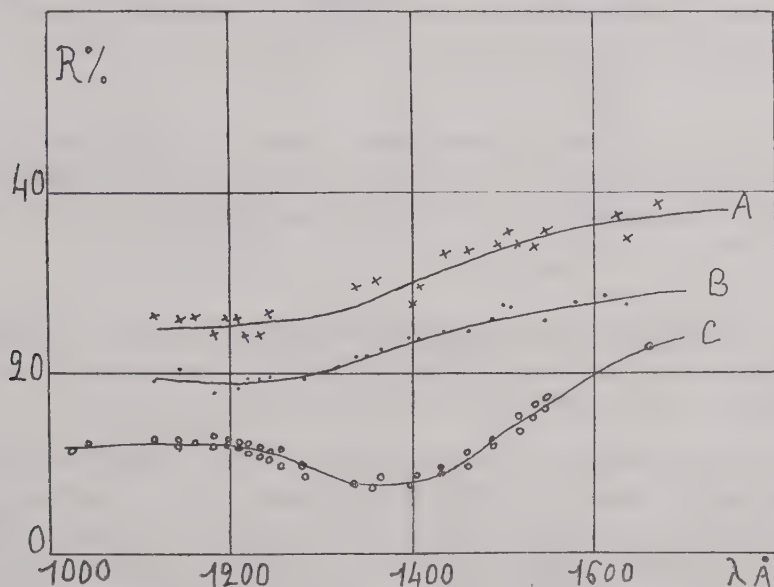


Fig. 2.

Nous avons également étudié le zirconium. Pour l'évaporer, nous utilisons un fil de zirconium enroulé sur un filament de tungstène, le zirconium s'évaporant beaucoup plus vite que le tungstène [d'après Dushman ⁽⁴⁾].

Cependant, la rupture fréquente des filaments en cours d'évaporation semble montrer qu'il peut se former un composé; le zirconium et le tungstène sont en effet très miscibles ⁽⁵⁾. Le pouvoir réflecteur obtenu est bon

⁽⁴⁾ *Vacuum technique*, New-York et London, 1949.

⁽⁵⁾ BOND, *J. Opt. Soc. Amer.*, 44, 1954, p. 429.

(courbe $B_{\underline{e}}$ de la figure 1), meilleur que celui donné par Sabine ⁽¹⁾, et nos couches se sont bien conservées mécaniquement, alors que cet auteur indique pour les siennes une détérioration rapide. L'épaisseur de nos couches est telle que la transmission dans le visible est inférieure à 1 %. Ces couches sont très adhérentes, mais présentent des irisations dues peut-être à une couche d'oxyde; les résultats actuels doivent donc être considérés sous toutes réserves; ils seront vérifiés prochainement.

L'examen des résultats précédemment exposés montre que dans l'ensemble les corps étudiés présentent un pouvoir réflecteur convenable pour les courtes longueurs d'onde. Rappelons que pour l'aluminium dont il est difficile d'obtenir des couches reproductibles dans le domaine des courtes longueurs d'onde, le pouvoir réflecteur à 1200 Å varie de 10 à 30 % suivant les auteurs; mais à 1100 Å les valeurs ne dépassent pas 10 %. Pour le platine, qui est meilleur que l'aluminium dans cette région, on observe des valeurs de 15 à 17 % entre 1100 et 1200 Å. L'utilisation pratique de ces métaux réfractaires pourrait donc présenter un certain intérêt.

PHYSIQUE CORPUSCULAIRE. — *Désintégrations des isotopes du lithium, du carbone et de l'oxygène par des tritons de 0,9 MeV.* Note (*) de M. **ROBERT BARJON**, M^{me} **DENYSE MAGNAC-VALETTE** et M. **JEAN SCHMOUKER**, présentée par M. Louis Leprince-Ringuet.

On décrit brièvement un dispositif expérimental pour l'utilisation d'une très petite quantité de tritium en vue de l'obtention d'un faisceau de tritons dans un Van de Graaff de 2 MeV. Ce faisceau est envoyé sur plusieurs cibles dont les produits de désintégration sont étudiés par la méthode photographique.

Pour ces expériences, nous avons ionisé et accéléré 1 cm³ de tritium au moyen du Van de Graaff de l'École Polytechnique. Le gaz utilisé, composé de 1 cm³ de tritium et de 50 cm³ d'hydrogène sous pression normale diffusait à travers un manchon de palladium sur une source H. F. de faible débit. Le gaz était comprimé à 2 atm environ dans un réservoir spécialement construit et de très petites dimensions. Les expériences ont duré 8 h environ sans récupération du tritium.

L'énergie incidente a été choisie assez faible pour que les réactions induites par protons ne soient pas gênantes. De telles réactions ne pouvant pas donner de neutrons, nous avons contrôlé le passage du tritium par le débit en neutrons des réactions induites par les tritons dans la cible.

Le faisceau utilisé était le faisceau d'ions (³H)⁺ et d'ions (¹H¹H¹H)⁺ séparés des autres faisceaux ioniques par un champ magnétique. La compo-

(*) Séance du 6 février 1956.

tion finale du faisceau était de un triton d'énergie E_1 et de 150 protons d'énergie $E_1/3$. L'intensité moyenne sur la cible variait de $3\mu\text{A}$ à $1,5\mu$. On a utilisé les cibles suivantes : lithium 6 ($30\mu\text{g}/\text{cm}^2$ sur 10μ d'or), lithium 7 ($30\mu\text{g}/\text{cm}^2$ sur 10μ d'or), lithium naturel épais et graphite épais. Les désintégrations de l'oxygène ont été observées dans les cibles de lithium oxydées.

On a recueilli le faisceau émis à 90° du faisceau incident, à travers deux diaphragmes dont l'un portait une feuille d'aluminium de $9,8\mu$ destinée à « couper » les tritons et les protons du faisceau réfléchi sur la cible. L'appareil expérimental utilisé après la cible était une simple boîte contenant

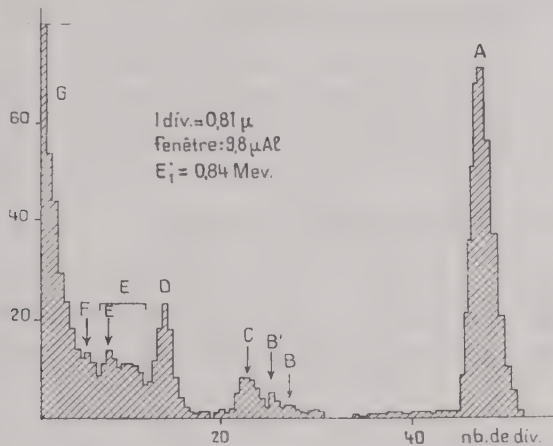


Fig. 1. — Nombre de traces en fonction du parcours pour les réactions ${}^6\text{Li} + {}^3\text{H}$ (¹).
Mesureuse : Nelly Douvier.

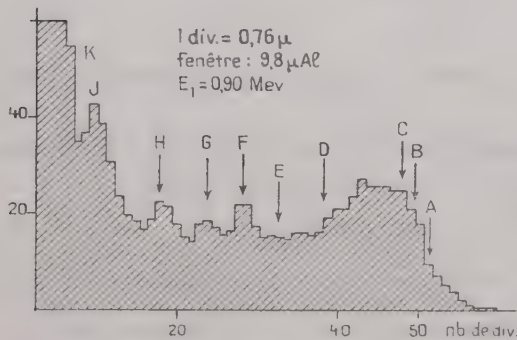


Fig. 2.

Fig. 2. — Nombre de traces en fonction du parcours pour les réactions ${}^6\text{Li} + {}^3\text{H}$ (¹).
Mesureur : Raymond Seltz.

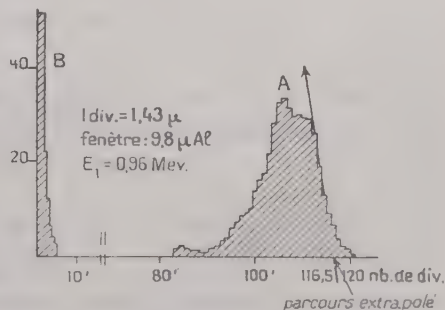


Fig. 3.

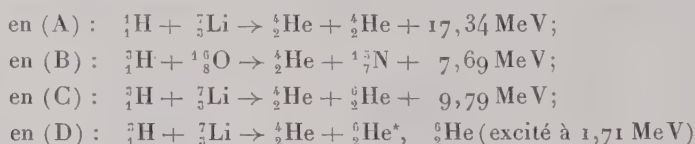
Fig. 3. — Nombre de traces en fonction du parcours pour les réactions ${}^{12}\text{C} + {}^3\text{H}$ (¹).
Mesureuse : Nelly Douvier.

(¹) Les flèches servent uniquement de point de repère et n'indiquent pas forcément la présence de groupes monocinétiques.

une plaque photographique qui recevait les produits de désintégration sous incidence rasante à 4° . On a choisi l'énergie incidente assez faible aux environs de 0,9 MeV afin de pouvoir arrêter les particules incidentes réfléchies tout en éliminant le moins possible les produits de désintégration. Les plaques obtenues ont été dépouillées et interprétées au Laboratoire de Physique Corpusculaire.

La désintégration du lithium 7 en cible mince a duré 4 h. On a choisi l'énergie incidente à $0,84 \pm 0,02$ MeV car cette valeur correspond à une résonance connue de ${}^4_4\text{Be}$ à 17,91 MeV, ceci pour augmenter autant que possible le rendement.

On a observé les réactions suivantes (*fig. 1*) :



en (E) commencent les continuum des réactions :



La figure 2 indique le spectre des particules émises à 90° dans la désintégration du lithium 6 par des tritons de $0,90 \text{ MeV} \pm 0,02$. On a observé la réaction suivante :



ainsi que le continuum de la même réaction commençant en (D) et ceux de la réaction :



Les pics (G) (H) (J) sont probablement dus à une contamination par le lithium 7.

La figure 3 correspondant à la désintégration du graphite en cible épaisse pour une énergie incidente de 0,96 MeV indique en (A) la réaction



PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Corrélation angulaire des électrons de paires du rayonnement γ de 4,43 MeV du carbone 12. Mesure de la multipolarité de ce rayonnement.* Note (*) de MM. **SERGE GORODETZKY**, **RAYMOND ARMBRUSTER**, **PIERRE CHEVALLIER** et **ANDRÉ GALLMANN**, présentée par M. Louis de Broglie.

Le noyau ${}^{12}\text{C}$ présente un premier niveau excité à 4,43 MeV. Ce niveau peut être atteint par la réaction ${}^9\text{Be}(\alpha, n){}^{12}\text{C}$. Pour une énergie de 1,25 MeV des

(*) Séance du 23 janvier 1956.

particules α incidentes, obtenues par le générateur de Strasbourg, les seuls niveaux du ^{12}C atteints sont le niveau fondamental et le premier niveau excité. De ce niveau excité on retombe au niveau fondamental principalement par émission de rayonnement γ . Ce rayonnement γ est accompagné de paires de matérialisation interne, soit 14 paires pour 10 000 émissions γ ⁽¹⁾. Le coefficient correspondant a été mesuré par Mills et Mackin ⁽²⁾ et est en accord avec la multipolarité quadrupolaire électrique $E(2)$ de ce rayonnement γ .

Harries ⁽³⁾ utilisant une chambre de Wilson a essayé de mesurer la multipolarité de ce rayonnement γ par la méthode de corrélation angulaire des paires de matérialisation interne, mais n'a pu conclure entre un rayonnement quadrupolaire électrique $E(2)$ et dipolaire magnétique $M(1)$.

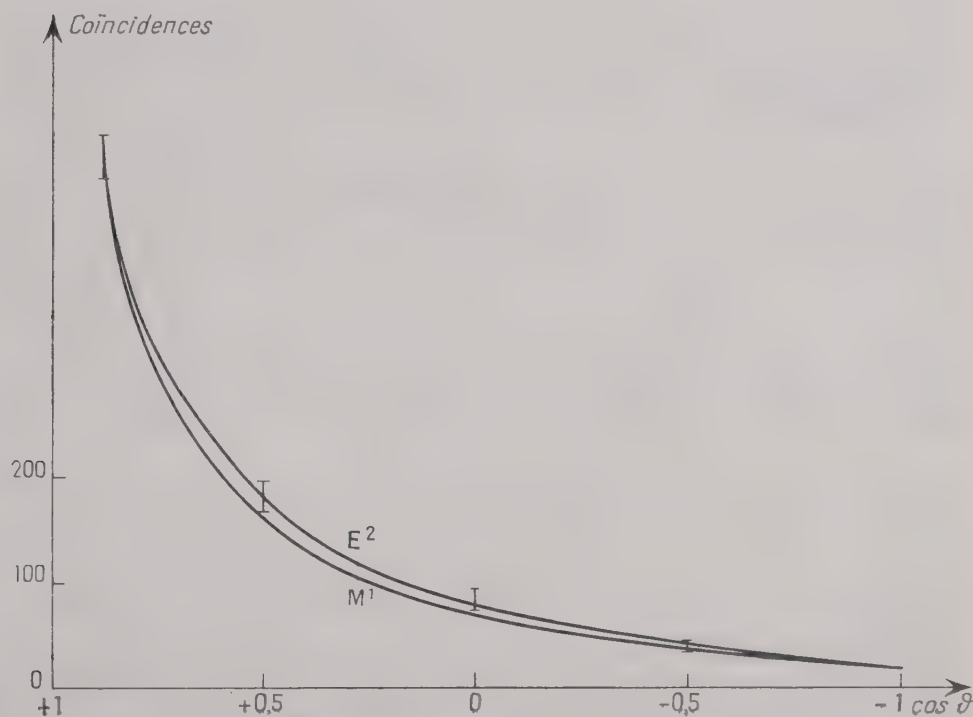


Fig. 1. — Corrélation angulaire des paires de matérialisation interne du niveau 4,43 MeV du carbone 12.

Nous avons repris cette expérience avec le spectromètre β à scintillation précédemment décrit par nous ⁽⁴⁾. La figure 1 représente les résultats obtenus.

⁽¹⁾ *Phys. Rev.*, 76, 1949, p. 678.

⁽²⁾ *Phys. Rev.*, 95, 1954, p. 1206.

⁽³⁾ *Proc. Phys. Soc.*, 67 A, 1954, p. 153.

⁽⁴⁾ GORODETZKY, ARMBRUSTER, CHEVALLIER, GALLMAN et MANQUENOUILLE, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 482.

Les courbes théoriques correspondant à $M(1)$ et $E(2)$ sont tracées sur la figure. On peut affirmer, compte tenu des erreurs, que les points se placent sur la courbe $E(2)$. Par conséquent nous concluons à la multipolarité quadrupolaire électrique $E(2)$ du rayonnement.

Ce résultat est, on le sait, le seul compatible avec les valeurs $J = 0^+$ pour le niveau fondamental du noyau ^{12}C et 2^+ pour le premier niveau excité.

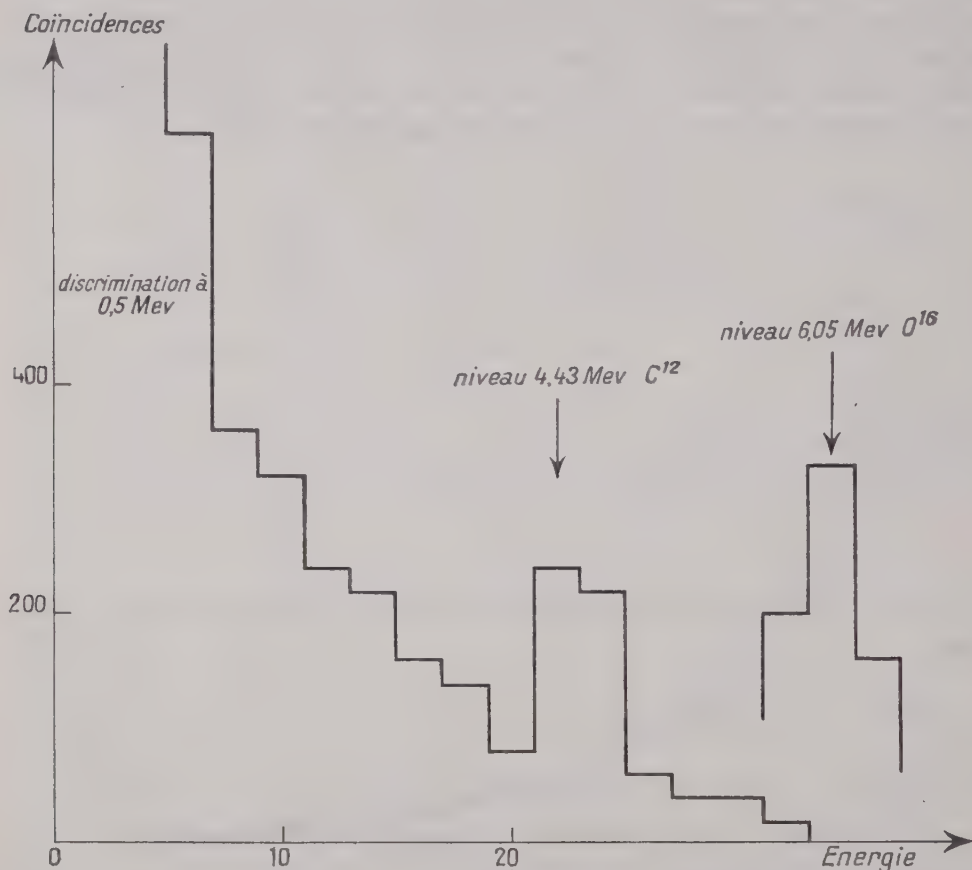


Fig. 2. — Spectre d'énergie à 30° des paires de matérialisation interne du niveau 4,43 MeV du carbone 12, et des coïncidences parasites neutrons-électrons, neutrons-positons et neutrons γ , Étalonnage par la raie monopolaire de 6,05 MeV de l'oxygène 16.

La particularité de sommation des canaux latéraux du spectromètre nous a permis d'extraire les paires de matérialisation interne du niveau 4,43 MeV du fond des coïncidences neutrons- γ , neutrons-électrons, neutrons-positons (fig. 2).

Les coïncidences neutrons- γ devenant particulièrement gênantes au-delà de 90° , nous n'avons pu obtenir des résultats suffisamment précis à partir de 120° .

Nous avons préalablement calibré le spectromètre avec la raie de conversion interne du ^{137}Cs et la raie monopolaire de ^{16}O (*fig. 2*). Les corrélations théoriques ont été calculées d'après les formules générales, intégrées sur le nombre magnétique m données par Rose (¹), Goldring (⁵), les sous-niveaux magnétiques de ce niveau de 4,43 MeV du ^{12}C étant également peuplés.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Mesure du rendement de fluorescence K et étude des raies Auger K de $^{99}_{43}\text{Tc}^*$ (6,04 h) et $^{115}_{49}\text{In}^*$ (4,5 h). Note (*) de M^{me} JEANNE LABERRIGUE-FROLOW et M. PIERRE RADVANYI, présentée par M. Frédéric Joliot.*

L'étude, à l'aide d'un spectromètre β , des raies Auger K de $^{99}_{43}\text{Tc}^*$ et $^{115}_{49}\text{In}^*$ a permis, par comparaison avec les raies de conversion K de déterminer les rendements de fluorescence de la couche K; on trouve : pour $^{99}_{43}\text{Tc}$ $R_K = 0,70 \pm 0,03$ et pour $^{115}_{49}\text{In}$ $R_K = 0,87 \pm 0,03$. Les intensités partielles des groupes Auger KLL, KLX et KXY sont : 1; $0,48 \pm 0,06$; $0,050 \pm 0,010$ pour ^{99}Tc , et 1; $0,42 \pm 0,10$; $0,05 \pm 0,02$ pour ^{115}In .

Il importe, pour divers problèmes de Physique nucléaire (¹) de connaître la valeur exacte du rendement de fluorescence de la couche K, R_K . Malheureusement, les diverses déterminations faites jusqu'ici sont relativement peu concordantes.

L'étude, à l'aide d'un spectromètre β , des électrons Auger émis à la suite de la conversion interne d'un rayonnement γ nucléaire est un moyen approprié à des déterminations précises de R_K . Cette méthode a déjà été utilisée (²), (³), (⁴) pour des éléments de $Z > \sim 50$, domaine dans lequel la valeur de R_K varie peu avec Z .

Nous avons pensé qu'il était intéressant de l'appliquer à des éléments de Z plus petit, domaine où R_K varie rapidement avec Z .

Nous avons choisi l'isomère de période 6,04 h du $^{99}_{43}\text{Tc}$ dont le rendement de fluorescence n'avait encore jamais été déterminé. De plus, le Commissariat à l'Énergie Atomique a pu nous fournir du ^{99}Tc séparé de ^{99}Mo , parfaitement sans entraîneur. Nous avons ainsi préparé par sublimation à l'air des sources, déposées sur des feuilles de LC 600 d'épaisseur $\sim 20 \mu\text{g}/\text{cm}^2$, ayant un diamètre de 2 mm et sans épaisseur mesurable.

Nous avons effectué nos mesures à l'aide du spectromètre type Slätis-

(⁵) *Proc. Phys. Soc.*, **66 A**, 1953, p. 341.

(*) Séance du 6 février 1956.

(¹) Voir par exemple la discussion dans : P. RADVANYI, (thèse), *Ann. Phys.*, **10**, 1955, p. 584.

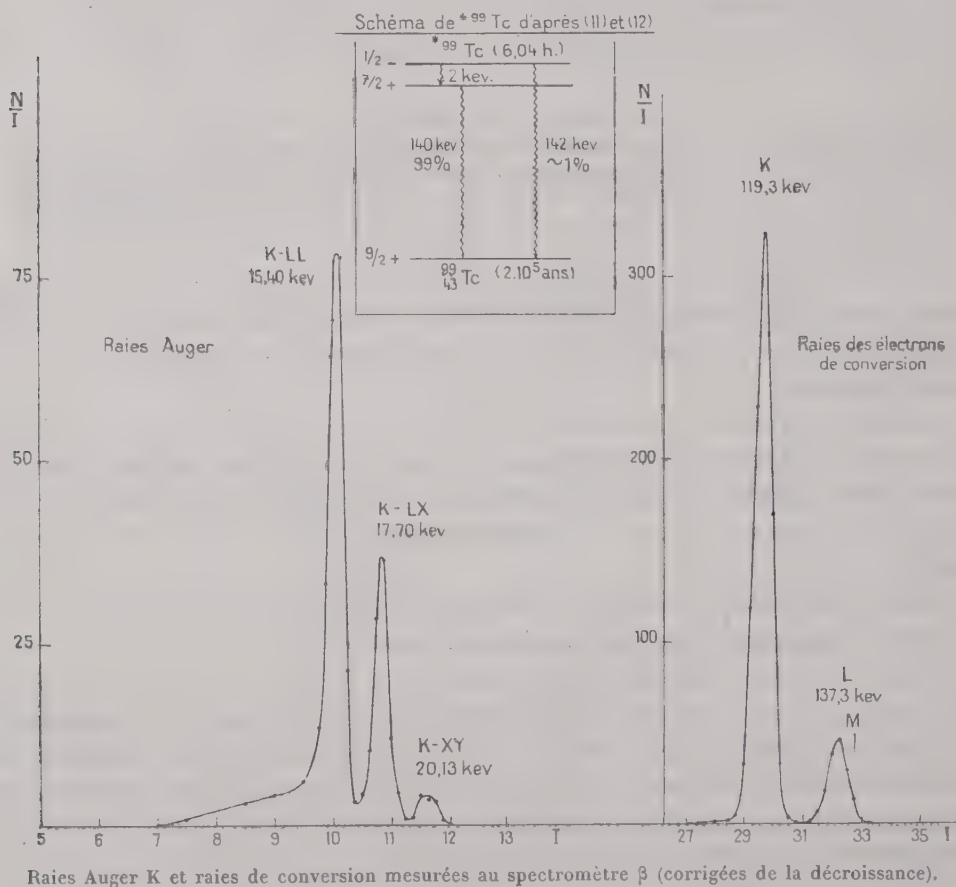
(²) STEFFEN, HUBER et HUMBEL, *Helv. Phys. Acta.*, **22**, 1949, p. 167.

(³) HUBER, HUMBEL, SCHNEIDER et DE SHALIT, *Helv. Phys. Acta*, **25**, 1952, p. 3.

(⁴) BROYLES, THOMAS et HAYNES, *Phys. Rev.*, **89**, 1953, p. 715.

Siegbahn du laboratoire de Physique et Chimie nucléaires du Collège de France. Le diaphragme utilisé correspondait à une résolution de 1,8 %.

La fenêtre du compteur Geiger (de diamètre 8 mm, située sur sa paroi latérale) était en formvar d'épaisseur $\sim 60 \mu\text{g}/\text{cm}^2$, sans grille de support. Nous avons déterminé la correction due à l'influence de cette fenêtre en relevant le spectre β^- , de forme bien connue, d'une source de ^{35}S séparée par une méthode pratiquée et mise au point par M. Marius Chemla au Laboratoire, puis préparée de la même façon que la source de ^{99}Tc .



Les résultats obtenus, compte tenu de la décroissance du $^{99}\text{Tc}^*$, sont reproduits sur la figure. On voit que les trois groupes K-L-L; K-L-X; K-X-Y de raies Auger K du $^{99}\text{Tc}^*$ sont bien résolus, ainsi que les raies de conversion K et L + M du γ de 140 keV [les électrons de conversion du γ de 142 keV (1 %) ne se distinguent pas de ces derniers].

La comparaison de l'aire des raies Auger, corrigées de l'influence de la fenêtre du compteur β , à l'aire de la raie de conversion K conduit, pour le

rendement Auger à la valeur $R_A = 0,30 \pm 0,03$, d'où

$$(R_K)_{Z=43} = 0,70 \pm 0,03$$

Nous avons également étudié les raies Auger K et les raies de conversion du γ de 334 keV de l'isomère $^{113}_{49}\text{In}^*$ (4, 5h) avec le même dispositif expérimental, mais avec une source dont l'épaisseur était supérieure à celle de $^{99}_{43}\text{Tc}$. Nous trouvons $R_A = 0,13 \pm 0,03$, soit

$$(R_K)_{Z=49} = 0,87 \pm 0,03.$$

Nous avons porté, dans le tableau suivant, quelques valeurs de rendements de fluorescence pour $Z = 43$ et 49, tirées de la littérature.

		$^{99}_{43}\text{Tc}$.	$^{113}_{49}\text{In}$.
Résultats expérimentaux	Nos mesures.....	$0,70 \pm 0,03$	$0,87 \pm 0,03$
	Autres auteurs.....	—	$0,82 \pm 0,02$ ⁽³⁾
	Interpolations de mesures voisines		
	Roos ⁽⁶⁾	0,736	0,83
Courbes	Broyles et al. (empirique) ⁽⁴⁾	0,78	0,84
	Burhop (semi-empiriques).....	$0,75$ ⁽⁷⁾	$0,84$ ⁽⁷⁾
		$0,76$ ⁽⁸⁾	$0,83$ ⁽⁸⁾
Théorie (interpolation des calculs)	Burhop ⁽⁷⁾	0,725	$\begin{cases} 0,82 \\ 0,80 \end{cases}$
	Rubenstein et Snyder ⁽⁹⁾	0,80	0,87

D'après cette comparaison, notre valeur de R_K est pour Tc, en dessous de la moyenne des autres valeurs, et pour In, au-dessus.

La comparaison des aires des trois groupes de raies Auger, donne, pour les intensités partielles les résultats suivants :

Intensités relatives des groupes Auger.	Valeurs expérimentales.					Valeurs théoriques.	
	Nos valeurs.		Autres auteurs.				
	⁴³ Tc.	⁴⁹ In.	[3] Ag.	[10] Ag.	[4] In.	[7] Ag.	[9] Ag
	I	I	I	I	I	I	I
K-L-L....							
K-L-X....	0,48 ± 0,06	0,42 ± 0,10	0,493	0,73	0,417	0,715	0,312
K-X-Y....	0,05 ± 0,01	0,05 ± 0,02	0,054	0,07	0,076	0,102	0,022

Les intensités relatives que nous avons mesurées, et qui d'après la théorie varient peu avec Z sont en accord avec les mesures spectrométriques de ⁽³⁾, ⁽⁴⁾ mais sont par contre en désaccord avec les mesures de ⁽¹⁰⁾ et avec les résultats

⁽³⁾ HARRISON, CRAWFORD et HOPKINS, *Phys. Rev.*, 100, 1955, p. 841.

⁽⁶⁾ ROOS, *Phys. Rev.*, 93, 1954, p. 401.

⁽⁷⁾ E. H. S. BURHOP, *the Auger effect*, Cambridge University press., 1952, p. 44-51.

⁽⁸⁾ E. H. S. BURHOP, *J. Phys. Rad.*, 16, 1955, p. 625.

⁽⁹⁾ *Phys. Rev.*, 97, 1955, p. 1653 et résultats communiqués avant publication.

⁽¹⁰⁾ JOHNSON et FOSTER, *Canad. J. Phys.*, 31, 1953, p. 469.

théoriques de Burhop et Pincherlee (⁷) et de Rubenstein et Snyder (⁹). Il semble que le calcul théorique de ces intensités ne soit pas encore satisfaisant.

La comparaison des raies de conversion K et L + M a donné pour le γ de 140 keV de ⁹⁹Tc : $K/(L + M) = 5,87 \pm 0,12$, en accord avec la valeur $6,08 \pm 0,50$ de (¹¹); et pour le γ de 334 keV de ¹¹⁵In : $K/(L + M) = 3,75 \pm 0,15$, en accord avec les déterminations précédentes (¹³) (¹⁴).

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le dosage, en présence de fer, de l'uranium dans les phosphates de Gafsa (Tunisie)*. Note (*) de MM. ROGER LUMBROSO, JEAN PETIT et JOSEPH SPITERI, présentée par M. Louis Hackspill.

Diverses méthodes ont été déjà utilisées pour doser l'uranium dans les phosphates tunisiens. La méthode simple proposée ici permet d'effectuer le dosage en présence de quantités importantes de fer et d'obtenir des résultats dignes de foi, qui sont ensuite comparés à ceux obtenus par d'autres auteurs. Ces valeurs correspondent à 0,0023 % d'uranium élémentaire comptés sur la masse totale du minéral.

Le dosage de l'uranium dans les phosphates d'Afrique du Nord a déjà été effectué par plusieurs méthodes :

- par fluorométrie (¹);
- par utilisation des compteurs Geiger à fenêtres fines, des compteurs à scintillations et des émulsions nucléaires (²);
- par une méthode autoradiographique (³).

En ce qui concerne le dosage dans le minéral en provenance de Gafsa, un procédé d'extraction permet de séparer le fer, l'uranium et les autres métaux en faible quantité, de la masse totale du minéral.

La méthode utilisée ici, tient surtout compte de l'influence des quantités élevées de fer par rapport à l'uranium dosé, risquant d'amener des perturbations sérieuses dues à l'absorption importante du rayonnement de l'uranium par le fer. Des essais préliminaires, dans des conditions analogues de concentration, indiquaient effectivement une absorption variant entre 40 % et 60 % du rayonnement total.

(¹¹) MEDICUS, MAEDER et SCHNEIDER, *Helv. Phys. Acta*, 24, 1951, p. 72.

(¹²) MICHELICH, GOLDBERGER et WILSON, *Phys. Rev.*, 82, 1951, p. 972.

(¹³) GRAVES, LANGER et MOFFAT, *Phys. Rev.*, 88, 1952, p. 344.

(¹⁴) VARMA et MANDEVILLE, *Phys. Rev.*, 97, 1955, p. 977.

(*) Séance du 6 février 1956.

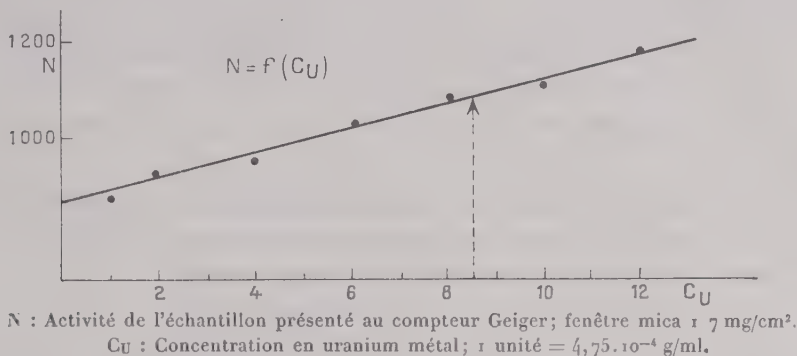
(¹) A. A. GUNTZ, *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 868.

(²) C. F. G. DELANEY, C. N. E. MATTHEWS et J. H. J. POOLE, *Sc. Proc. Roy. Dublin Soc.*, 26, 1953, p. 165-172.

(³) C. F. DAVIDSON et D. AKKIN, *Geol. Survey (G. B.) and Museum, Atomic Energy Division Rpt*, 24, 1952, 16 pages.

Nous avons employé une méthode permettant de se référer à une gamme d'étalons adaptée aux conditions particulières du dosage, la suite des opérations étant dans l'ordre :

- 1° Dosage du fer dans la solution chlorhydrique à étudier.
- 2° Réalisation d'une gamme d'étalons, contenant tous cette même quantité de fer et des quantités croissantes d'un sel d'uranium.
- 3° Mesure de l'activité de ces différents étalons suivie de l'établissement de la courbe ci-dessous.



La courbe est une droite permettant de déduire facilement la concentration de la solution à doser par une simple mesure de son activité.

Le résultat de ce dosage donne une teneur en uranium métal, comptée sur la masse du minerai de 0,0023 %, soit en oxyde U₃O₈ de 0,0027 %.

Ces chiffres correspondent, du moins par leur ordre de grandeur, à ceux trouvés par :

Delaney, Matthews et Poole ⁽²⁾ : 0,005 % en oxyde;

Davidson et Akkin ⁽³⁾ : 0,004 % en oxyde;

mais diffèrent notablement de celui trouvé par A. A. Guntz ⁽⁴⁾ 0,005 à 0,01 % en uranium métal, chiffre repris par Kovarski en 1954 au Congrès de Chimie Industrielle de Bruxelles.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Formation de β-alcoxycétones en milieu basique et réactivité du système* $O=\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-\overset{\overset{1}{\mid}}{C}=\overset{\overset{2}{\mid}}{C}-$. Note (*) de MM. **JACQUES-ÉMILE DUBOIS**

et **ROBERT LUFT**, présentée par M. Marcel Delépine.

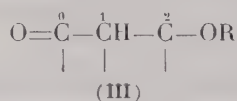
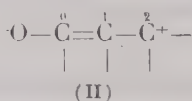
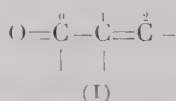
Dans la réaction de β-alcoxylation en milieu basique l'addition de l'alcool sur la cétone α, β-éthylénique dépend étroitement de la réactivité de la double liaison éthylénique. Avec les conditions opératoires choisies, la présence d'un groupement méthyle sur le carbone C₁ empêche totalement l'addition.

(*) Séance du 6 février 1956.

Dans un Mémoire récent ⁽¹⁾ nous avons montré qu'au cours de l'étude de la céto-lisation mixte de la méthyl-4 pentanone-2 avec l'éthanal nous avons isolé, à côté des produits de condensation attendus, un composé non identifié. Depuis nous avons caractérisé ce produit comme étant la méthyl-6 méthoxy-2 heptanone-4 formée par addition de l'alcool méthylique de la solution alcoolique de catalyseur sur la cétone α , β -éthylénique.

Cette réaction secondaire, qui a lieu en proportions assez importantes dans le cas cité, est à rapprocher de celle d'hydratation des cétones α , β -éthyléniques ⁽²⁾ et mérite à ce titre une étude particulière. En effet, si quelques chercheurs ⁽³⁾, ⁽⁴⁾, ⁽⁵⁾ ont signalé la formation de telles β -alcoxy cétones, nous n'avons cependant pas trouvé d'étude d'ensemble qui permette d'établir des relations entre les configurations des cétones et des alcools et leurs réactivités réciproques.

L'addition nucléophile du groupe alcoyle s'effectue sur le carbone C_2 dont le caractère électrophile dépend essentiellement de la contribution de la forme mésomère polaire (II). Le proton se fixe sur le carbone C_1 .



Dans cette Note nous avons rassemblé un certain nombre de résultats des recherches relatives à l'étude du mécanisme de la réaction d'addition (HOH , ROH , Br_2) sur la double liaison éthylénique soit simple, soit engagée dans une fonction complexe. Nous ne mesurons pas ici les réactivités à l'aide de données cinétiques précises, mais, si l'on suppose des mécanismes réactionnels analogues pour toutes ces additions, les rendements en alcoxy-cétone obtenus dans des conditions semblables peuvent être, dans une certaine mesure, comparés et nous donnent une première approximation de la valeur de ces réactivités.

Pour présenter les résultats nous situerons les substitutions des cétones α , β -éthyléniques en nous aidant de la notion de « structure limite » de la fonction complexe $\text{O}=\text{C}-\text{C}=\text{C}-$, notion qui sera développée en détail

(1) *Bull. Soc. Chim.*, 1954, p. 1150.

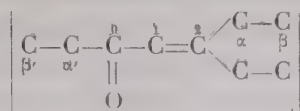
(2) Étude en cours : J. E. DUBOIS et F. BECKER, communication privée.

(3) A. HOFFMANN, *J. Amer. Chem. Soc.*, 49, 1927, p. 544-546.

(4) I. N. NAZAROW et coll., *Bull. Acad. Sc. U.R.S.S. (Cl. sc. chim.)*, 1946, p. 236-239 cité d'après *Chem. Abstr.*, 42, 1948, p. 7739c.

(5) CH. DUFRAISSE et DEMONTVIGNIER, *Bull. Soc. Chim.*, 1927, p. 41.

ultérieurement :



Cette structure limite met en évidence les deux régions α , β et α' , β' de substitutions possibles à côté de celle formée par les carbones fonctionnels C_1 et C_2 .

1. *Importance de la structure de la cétone.* — Dans une série d'essais nous avons fait réagir le méthanol sur les cétones α , β -éthyléniques réunies dans le tableau I.

TABLEAU I.

Type de fonction complexe.	Cétone α , β -éthylénique.	Substitutions en						Rend. brut (%)
		β'	α'	1.	2.	α	β	
A. $\text{O}=\text{C}-\text{C}=\text{CH}_2 \dots$ 	Buténone-1.3		+	+	+			90
	Méthyl-2 buténone-1.3		+	Me	+			0
B. $\text{O}=\text{C}-\text{C}=\text{CH} \dots$ 	Penténone-3.2		+	+	+	+		70
	Méthyl-3 penténone-3.2		+	Me	+	+		0
	Méthyl-4 hexénone-4.3	+	+	Me	+	+		0
	Méthyl-6 hepténone-2.4	2Me	+	+	+	+		90
C. $\text{O}=\text{C}-\text{C}=\text{C} \dots$ 	Méthyl-3 décénone-3.2		+	Me	+	+	+	0
	Méthyl-4 penténone-3.2		+	+	Me	+		12

Tous ces essais ainsi que ceux rapportés dans le tableau II ont été effectués à températures ambiante et en présence de potasse. La quantité de catalyseur utilisée pour chaque opération est du même ordre de grandeur que celle de nos opérations de céto-lisation (4).

Il ressort du tableau I que le méthanol peut être fixé sur les trois types A, B, C de cétones α , β -éthyléniques. *Pour les cétones méthylées sur le carbone C_1 , l'addition n'a pas lieu à ce stade.* Diverses interprétations soumises actuellement à l'épreuve d'essais plus systématiques sont possibles : le groupe méthyle peut limiter le caractère électrophile de C_2 par effet inductif, il peut stabiliser la forme normale conjuguée I par hyperconjugaison de la double liaison $\text{C}_1=\text{C}_2$ ou encore bloquer par effet stérique l'approche des carbones réactifs C_1 et C_2 .

2. *Importance de la structure de l'alcool.* — Dans une autre série d'essais, nous avons étudié la fixation de divers alcools sur la méthyl-6 hepténone-2.4.

TABLEAU II.

Alcool.....	Me OH.	Et OH.	n-Pr OH.	i-Pr OH.	n-Bu OH.	t-Bu OH.	Glycol.
Rendement brut (%)...	90	76	60	0	45	0	0

On voit que les alcools primaires s'additionnent facilement et que le rendement de l'addition décroît lorsque la chaîne alcoyle s'allonge.

Les rendements sont nuls pour l'isopropanol et le triméthylecarbinol. Ces échecs peuvent être attribués dans une certaine mesure au facteur stérique, car si Hoffmann ⁽³⁾ n'a pas réussi à fixer l'isopropanol sur l'oxyde de mésityle, il a néanmoins pu additionner les alcools isobutylique et isoamylique primaire sur la même cétone. Un autre échec a été enregistré avec le glycol dont la molécule est fortement associée.

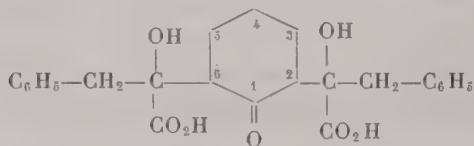
En conclusion, nous pouvons dire que ces premiers résultats d'une étude de la réactivité de la fonction complexe $O=C-C=C-$ nous permettent déjà de prévoir pour quelles céto-lisations mixtes effectuées en présence de potasse alcoolique il y a lieu d'envisager la réaction secondaire de β -alcoxylation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la condensation de la cyclohexanone avec l'acide phénylpyruvique*. Note de MM. JOHAN KRISTENSEN et PAUL CORDIER, présentée par M. Marcel Delépine.

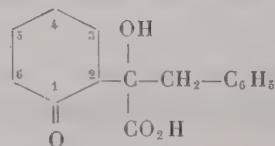
L'acide phénylpyruvique se condense avec la cyclohexanone en milieu aqueux alcalin en donnant deux composés : un acide α -alcool γ -cétonique résultant de l'association équimoléculaire des deux corps, un diacide di- α -alcool γ -cétonique formé par l'union d'une molécule de cétone et de deux molécules d'acide α -cétonique. On a examiné l'action des acides sulfurique et chlorhydrique, ainsi que l'hydrogénation.

Une étude systématique ⁽¹⁾ nous a permis de constater que le sel de sodium de l'acide phénylpyruvique réagit en milieu aqueux équimoléculaire avec la cyclohexanone en présence de potasse (concentration alcaline libre 3 %), à la température voisine de 0°, le contact étant maintenu huit jours. Par traitement du mélange nous avons pu séparer par l'éther un composé insoluble purifié dans l'acide acétique. On obtient ainsi avec un rendement de 28 % environ un diacide F 285°.

L'analyse centésimale, les déterminations de poids moléculaire par acidimétrie et par la méthode cryoscopique de Rast correspondent à la constitution globale $C_{24}H_{26}O_7 = 426$. Le composé est un diacide di- α -alcool γ -cétonique résultant de l'union d'une molécule de cyclohexanone et de deux molécules d'acide phénylpyruvique



(I)
(Diphényl-2,6 dihydroxy-2,6 dicarboxy-2,6)
diéthyl-2,6 cyclohexanone.



(II)
(Phényl-2,6 hydroxy-2,6 carboxy-2,6)
éthyl-2 cyclohexanone.

(semicarbazone F_{déc.} 254°, dinitrophénylhydrazone F_{déc.} 226°).

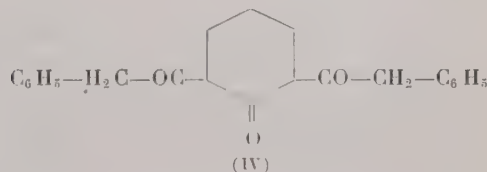
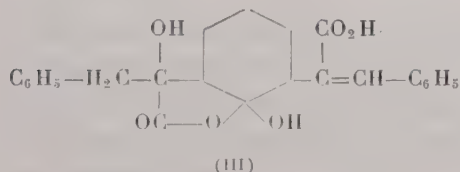
(1) JOHAN KRISTENSEN, *Thèse Doctorat Pharmacie*, Strasbourg, 1955.

Les propriétés et les faits que nous rapportons sont en faveur de la constitution (I). Comme dans le cas des acides α -alcools γ -cétoniques antérieurement étudiés ⁽²⁾, ⁽³⁾, ce diacide est instable en milieu alcalin avec régénération à chaud des constituants.

La liqueur éthérée obtenue après séparation du composé précédent est épuisée par une solution de bicarbonate de potassium au 1/10^e. L'acidification donne un précipité sirupeux qui est séparé et repris par l'éther; par évaporation du solvant, on obtient au bout de quelques jours une masse cristalline qui est purifiée par trituration dans le benzène à froid. Le produit isolé F 127° est obtenu avec un rendement de 15 %. L'analyse, les déterminations de poids moléculaire par acidimétrie et par la méthode de Rast sont en accord avec la structure d'un monoacide $C_{15}H_{18}O_4 = 262$. Ce composé est également rapidement décomposé en milieu alcalin avec régénération de l'acide phénylpyruvique et de la cyclohexanone, nous lui attribuons la formule (II) d'un acide α -alcool γ -cétonique formé par l'union équimoléculaire de l'acide cétonique et de la cyclohexanone.

La condensation opérée sur un large excès de cétone permet de doubler le rendement en ce dernier acide.

Sous l'action de l'acide chlorhydrique en milieu acétique à 100° le diacide (I) donne après purification un monoacide éthylénique F 118° de structure $C_{21}H_{24}O_6 = 408$, ce corps donne par oxydation permanganique de l'aldéhyde benzoïque et se décompose sous l'action de la soude à l'ébullition avec formation d'aldéhyde benzoïque et d'acide phénylpyruvique. Nous proposons sous toute réserve pour cet acide la formule (III) permettant d'interpréter les réactions observées



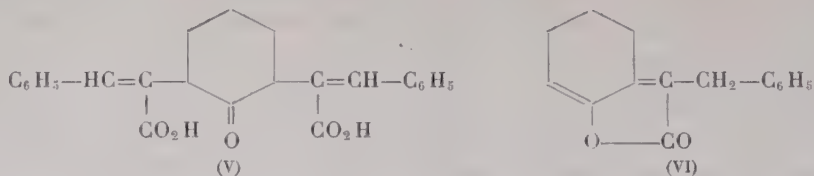
Sous l'action de l'acide sulfurique concentré à froid, le diacide (I) se dégrade au niveau des fonctions alcools tertiaires avec dégagement de CO, départ d'eau et formation de β -dicétone (IV) F 90°, caractérisée par une coloration rouge avec FeCl_3 et une combinaison cuivrique.

Sous l'action de l'acide sulfurique dilué au 1/3 dans l'acide acétique à froid l'acide (I) donne un diacide diéthylénique (V) F 181°, la structure de ce corps a été précisée par oxydation permanganique qui donne de l'aldéhyde benzoïque

⁽²⁾ P. CORDIER, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1440; 203, 1937, p. 918; 225, 1947, p. 330.

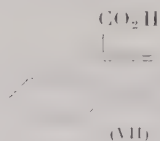
⁽³⁾ J. KRISTENSEN et P. CORDIER, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 2419.

et un acide di- α . γ -cétonique caractérisé par la coloration rouge donnée avec FeCl_3



Le monoacide alcool (II) sous l'influence de l'acide chlorhydrique en milieu acétique à 100° donne une lactone éthylénique F 91° (VI) à côté d'un acide éthylénique correspondant F 98°; l'acide sulfurique dilué au 1/3 dans l'acide acétique à froid conduit au même acide.

Par action de l'acide sulfurique concentré l'acide (II) ne donne aucune dégradation apparente, on isole un composé acide F 210° dont la composition s'accorde avec la structure d'un dérivé dihydrophénanthrélique (VII)



L'hydrogénation de l'acide (III) par le borohydrure de potassium conduit à une petite quantité d'acide α . γ -alcool F 184° et surtout de lactone correspondante F 164°; l'hydrogénation catalytique par le nickel de Raney donne une lactone isomère F 121°.

Les essais semblables d'hydrogénation de l'acide (I) ont échoué, sans doute peut-on attribuer à l'empêchement stérique la difficulté de réactivité dans ce cas du carbonyle.

Dans un but comparatif nous avons étudié le comportement de l'*o*-méthylecyclohexanone vis-à-vis du même acide α -cétonique. La condensation est réalisée en milieu hydroalcoolique avec une concentration de potasse libre de 3 %. On a isolé un seul monoacide α -alcool γ -cétonique F 154° résultant de l'union équimoléculaire de la cétone et de l'acide α -cétonique dont nous poursuivons l'étude. Ce composé est rapidement décomposé en milieu alcalin à chaud avec régénération des constituants.

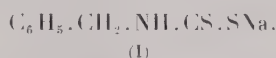
CHIMIE ORGANIQUE. — Action du nitrile acrylique sur les dithiocarbamates N-monosubstitués. Note de MM. **RAYMOND DELABY**, **ROBERT DAMIENS** et **M^{me} ROBERT SEYDEN-PENNE**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les dithiocarbamates de β -cyanoéthyle N-monosubstitués sont décomposés en milieu alcalin en isothiocyanate et β -mercaptopropionitrile, ce qui rend nécessaire l'utilisation d'un subterfuge pour leur préparation : le nitrile acrylique agit non pas sur le sel de sodium de l'acide dithiocarbamique, mais sur le sel d'amine et en présence d'acide acétique. Sont décrites diverses transformations des composés obtenus.

Nous avons montré ⁽¹⁾ que le nitrile acrylique réagissait avec les dithiocarbamates de sodium N-disubstitués en formant les esters de β -cyanoéthyle correspondants, que le produit de départ soit une monoamine secondaire ou une diamine bisecondaire :



Au cours de ces expériences, nous avons remarqué que, dans des conditions identiques, l'action du nitrile acrylique sur les dithiocarbamates de sodium N-monosubstitués, ne conduisait pas au même résultat. Nous décrirons ici, à titre d'exemple, les observations que nous avons pu faire à ce sujet avec le N-benzylldithiocarbamate de sodium (I) et valables pour les composés semblables dérivés d'amines primaires.

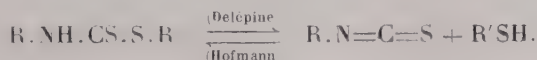


Opposé au nitrile acrylique en solution aqueuse, entre 0 et 20°, le composé (I) fournit un mélange de produits d'où une chromatographie sur alumine nous a permis de retirer successivement de l'isothiocyanate de benzyle et du thiodi-propionitrile : il reste toujours une importante fraction (50 à 60 %) de la matière première non transformée. Enfin, nous n'avons pas identifié, dans le mélange, le produit attendu de la cyanoéthylation : le N-benzylldithiocarbamate de β -cyanoéthyle (II) :



Par contre, celui-ci a pu être préparé avec un excellent rendement en opposant au nitrile acrylique le N-benzylldithiocarbamate de benzylamine en présence d'acide acétique. Celui-ci mobilise la benzylamine libérée au cours de la réaction et empêche ainsi sa condensation avec le nitrile acrylique : on peut aussi invoquer le rôle d'agent tampon qu'il est susceptible de jouer dans ces conditions. Quoi qu'il en soit, l'absence d'acide acétique ou son remplacement par un acide minéral diminue considérablement le rendement en ester de β -cyanoéthyle (II).

La décomposition des esters de l'acide dithiocarbamique N-monosubstitué a été décrite par M. Delépine ⁽²⁾ : sous l'effet de la chaleur, il se forme un thiol et un isothiocyanate, réaction inverse de celle qui conduisit A.W. Hofmann ⁽³⁾ à la synthèse des esters de l'acide dithiocarbamique :



⁽¹⁾ R. DELABY, R. DAMIENS et M^{me} R. SEYDEN-PENNE, *Comptes rendus*, **238**, 1954, p. 121 ; **239**, 1954, p. 1645.

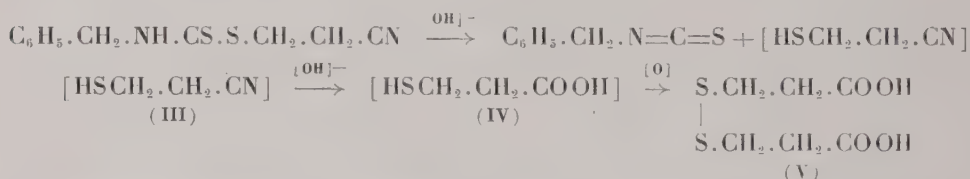
⁽²⁾ *Bull. Soc. Chim. Fr.*, **27**, 1902, p. 812; *Ann. Chim.*, **29**, 1903, p. 102.

⁽³⁾ *Bull. Soc. Chim. Fr.*, **12**, 1869, p. 362.

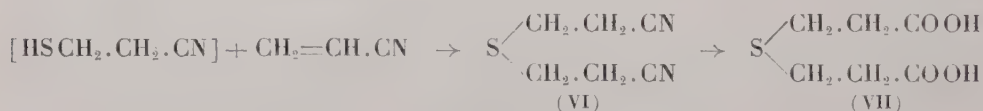
Les amines ou l'ammoniac, à 100° en tube scellé, se comportent de la même manière cependant que l'isothiocyanate formé donne avec l'amine ou l'ammoniac une thiourée.

Les conditions, assez sévères, de ces réactions sont loin d'être réalisées dans nos expériences (solution diluée, température entre 0 et 20°) si bien que le phénomène rapporté ici doit trouver plutôt une explication dans les propriétés singulières du composé (II).

A. En milieu alcalin, le dérivé (II) présente, en effet, une fragilité particulière. Il se décompose à froid, sous l'action de l'hydroxyde de sodium, en isothiocyanate de benzyle et β -mercaptopropionitrile qui, étant en présence d'ions OH^- en excès, s'hydrolyse en acide β -mercaptopropionique (IV), oxydable par l'iode en acide β , β' -dithiodipropionique (V).

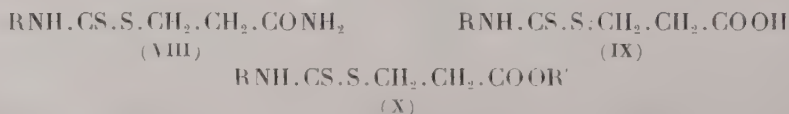


Effectuée en présence de nitrile acrylique, cette réaction conduit encore à l'isothiocyanate de benzyle mais le β -mercaptopropionitrile (III) intermédiaire se combine au nitrile acrylique en formant le thiodipropionitrile (VI) hydrolysable en acide thiodipropionique (VII)



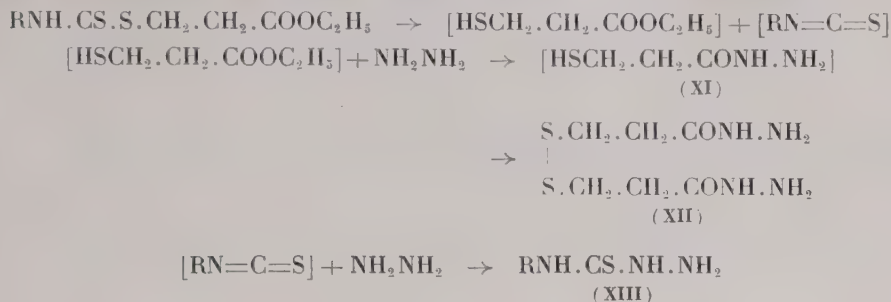
Ces résultats permettent d'envisager comme probable la formation intermédiaire d'un composé tel que (II) lors de la condensation du nitrile acrylique avec les dithiocarbamates alcalins (I). La discussion du mécanisme de cette réaction dépasse le cadre de cette Note et sera indiquée ultérieurement dans un autre recueil.

B. En présence d'acide minéral, les dithiocarbamates de β -cyanoéthyle, tel que (II), sont stables. L'hydratation de la fonction nitrile se produit sous l'effet de l'acide sulfurique, concentré et à 0° pour conduire à l'amide (VIII), dilué et à chaud pour donner l'acide (IX) estérifiable par les procédés usuels.



L'ester (X), traité par l'hydrate d'hydrazine à froid, ne forme pas l'hydrazide attendu. L'alcalinité du milieu provoque la scission de la molécule, vrai-

semblablement en β -mercaptopropionate d'éthyle et isothiocyanate intermédiaires. Ces composés, se trouvant en présence d'hydrazine conduisent au β -mercaptopropionhydrazide (XI) d'une part, oxydable à l'air en β , β' -dithio-dipropionhydrazide (XII), et au thiosemicarbazide (XIII) d'autre part. Les composés (XII) et (XIII) sont seuls isolés au terme de la réaction.



Le dihydrazide (XII) (F 128°) est identifié au produit de synthèse préparé à partir de l'acide (V). La duplication de la molécule par rapport au thiol (XI) est mise en évidence par la mesure du poids moléculaire (cryoscopie dans l'acide acétique).

Nous indiquons ci-dessous les points de fusion de quelques-uns des dérivés préparés au cours de cette étude.

R.....	CH ₃ .	C ₂ H ₅ .	C ₆ H ₅ CH ₂ .	C ₆ H ₅ CH ₂ .CH ₂ .
Nitriles (II).....	38°	91°	54°	54°
Amides (VIII).....	—	118	157-158	139
Acides (IX).....	85	94 ⁽¹⁾	94	—
Esters (X).....	—	43	huileux	—

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des diazoïques sur les sels de diméthyl-1.2 benzoxazolium*. Note de MM. **FRANÇOIS PIERROT** et **HENRI WAHL**, présentée par M. Marcel Delépine.

Description des colorants obtenus par action des diazoïques dérivés de l'aniline, de la dichloro-2.5 aniline, de la *p*-nitraniline sur les sels de diméthylbenzoxazolium; constitution proposée pour ces composés.

Il était intéressant d'essayer d'étendre au méthyl-2 benzoxazole [X=O dans (I)] les réactions de copulation sur le groupe méthyle réactif réalisées précédemment avec divers autres hétérocycles isologues [X=S⁽¹⁾, X=Se⁽²⁾],

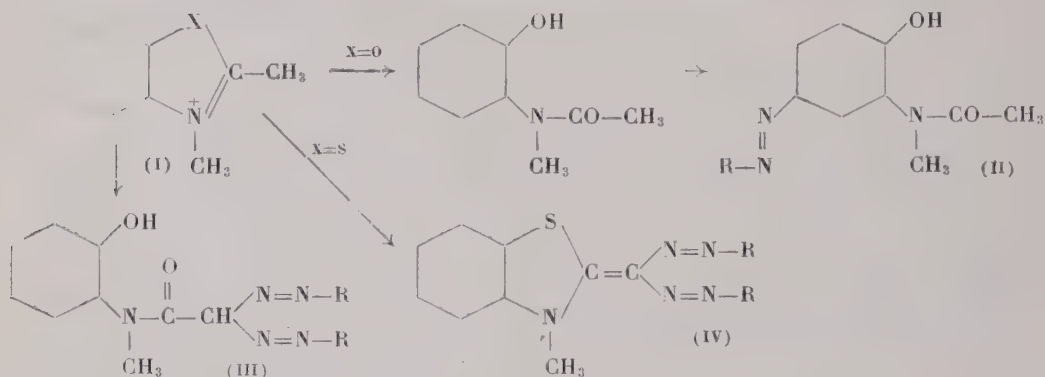
⁽¹⁾ T. GRESHAM, J. JANSEN et F. SHAVER, *J. Amer. Chem. Soc.*, **70**, 1948, p. 1001.

⁽¹⁾ H. WAHL et M. Th. LE BRIS, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 1954, p. 587.

⁽²⁾ H. WAHL, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 1954, p. 251.

$X=N(CH_3)_2$ (²), $X=C(CH_3)_2$ (³), $X=CH=CH$ (⁴)]. L'un de nous avait brièvement mentionné (⁵) la formation d'un monoazoïque par action de diazoïques sur un sel de diméthylbenzoxazolium en solution aqueuse.

L'étude de cette réaction qui se produit en milieu neutre ou alcalin a montré que les colorants obtenus, solubles en milieu alcalin ou fortement acide résultent de l'hydrolyse préalable de l'hétérocycle *suivie* d'une copulation classique sur le noyau phénolique. En effet, les sels de diméthyl-1.2 benzoxazolium en solution aqueuse sont rapidement hydrolysés à la température ordinaire avec cristallisation d'*o*-acétylméthylaminophénol. Isolé, ce dernier réagit avec les diazoïques pour donner des colorants identiques aux précédents (II).



Mais la présence d'impuretés solubles en bleu dans l'acide sulfurique laissait prévoir l'existence possible d'une double copulation sur le groupe méthyle et nous sommes effectivement parvenus à isoler des composés possédant la structure formazylique attendue :

a. soit en introduisant à basse température (-5 à -15°) le sel quaternaire solide dans le mélange d'un grand excès de pyridine et d'une solution aqueuse très concentrée de sel de diazonium. On obtient un mélange très complexe, contenant en particulier encore 30 à 60 % de produit du type (II), et la purification du colorant formazylique est difficile ;

b. soit en utilisant, en milieu organique, en présence de pyridine, un sel de diazonium solide, préparé par exemple par la méthode de Knoevenagel modifiée par Hantsch (⁶).

L'analyse des produits obtenus montre qu'ils correspondent à la fixation sur

(²) F. GAULT et H. WAHL, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 983.

(⁴) KÖNIG, *Ber. deutsch. chem. Gesell.*, 56, 1923, 1543 et 57, 1924, p. 891.

(⁵) H. WAHL, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 1954, p. 252.

(⁶) *Ber. deutsch. chem. Gesell.*, 34, 1901, p. 3338.

une molécule hétérocyclique de deux restes azoïques et d'une molécule d'eau dont nous avons vérifié qu'elle faisait partie intégrante de la molécule. Cette composition et l'étude des propriétés des colorants nous ont conduit à leur attribuer la structure (III). En effet :

1° la dissolution en bleu intense dans l'acide sulfurique concentré et la transformation par oxydation en produits incolores ayant toutes les propriétés de sels de tétrazolium sont caractéristiques du groupe formazyle



2° l'existence d'un groupe hydroxyle est établie par la formation d'un dérivé benzoylé, et par la solubilité dans les alcalis aqueux dilués, soit immédiatement à froid, ($\text{R}=\text{C}_6\text{H}_5$), soit lentement à chaud ($\text{R}=\text{C}_6\text{H}_3\text{Cl}_2$).

3° l'absorption lumineuse en solution neutre ne diffère essentiellement de celle des disazoïques correspondants dérivés du benzothiazole (IV), que par son intensité beaucoup plus faible, la rupture de l'hétérocycle supprimant la conjugaison entre les deux parties de la molécule. Par contre, en milieu alcalin, le maximum se déplace d'environ 800 Å vers les grandes longueurs d'onde, et son intensité est multipliée par 2,3 environ, ce qu'explique le passage à la forme ionique.

4° les colorants ne présentent pas le caractère basique des dérivés du benzothiazole (IV) : ils ne forment pas de sels avec les acides.

R.....	C_6H_5 .		2,5- $\text{C}_6\text{H}_3\text{Cl}_2$.		<i>p</i> - $\text{C}_6\text{H}_4\text{NO}_2$.	
	Trouvé.	Calculé.	Trouvé.	Calculé.	Trouvé.	Calculé.
Analyses :						
C %.....	67,7	67,50	49,51	49,32	55,4	54,36
H %.....	5,12	5,13	3,01	2,95	3,67	3,70
O % (dosage direct).....	8,65	8,56	6,93	6,26	20,96	20,72
N %.....	18,5	18,81	13,63	13,76	20,72	20,20
Cl %.....	—	—	27,2	27,71	—	—
	λ (Å).	$\epsilon \cdot 10^{-4}$.	λ (Å).	$\epsilon \cdot 10^{-4}$.	λ (Å).	$\epsilon \cdot 10^{-4}$.
Maximum d'absorption :						
Milieu neutre.....	4 280	2,30	4 350	2,0	4 400	3,40
» alcalin.....	5 050	5,15	5 200	5,05	4 300	1,04
	—	—	—	—	6 200	8,05
F_{inst} (déc.).....	225°		265°		288°	
Dérivé benzoylé {	F.....	474°	205°		—	
	N %.....	14,80	14,72	11,15	11,41	
	Cl %.....	—	—	22,82	23,0	—

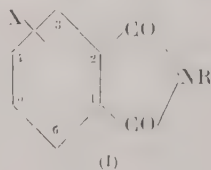
Il ne nous a pas été possible jusqu'ici d'obtenir de produit correspondant à la structure (IV) (hétérocycle fermé). D'ailleurs nous avons constaté que le mélange *anhydre* sel quaternaire, diazoïque, pyridine, en présence ou non d'un diluant inerte (carbure, éther), ne réagit pas. Par contre dès que l'on

ajoute un peu d'alcool ou d'eau, il y a copulation d'autant plus intense que l'on a introduit davantage de l'un de ces produits. Il apparaît donc que la présence d'un composé hydroxylé est nécessaire à la réaction; elle est responsable de l'ouverture de l'hétérocycle qui se produit dans ce cas *pendant ou après* la copulation et non *avant* comme en solution aqueuse diluée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse de phthalimides N-alcoylés substitués dans le cycle aromatique.* Note de MM. JEAN TIROUFLET et RENÉ DABARD, présentée par M. Marcel Delépine.

La nitration des N-alcoylphthalimides conduit exclusivement aux dérivés nitrés en 4. La substitution sur le sommet 3 des phthalimides N-alcoylés s'effectue par la suite des réactions : acide nitro-3 phthalique $\rightarrow$ nitro-3 N-alcoylphthalimide $\rightarrow$ amino-3 N-alcoylphthalimide $\rightarrow$ N-alcoylphthalimides substitués en 3.

L'un de nous a étudié récemment ⁽¹⁾, ⁽²⁾ le comportement polarographique et la cinétique de l'hydrolyse alcaline des phthalimides non substitués à l'azote. La confirmation des hypothèses émises pour rendre compte des résultats obtenus dans ces deux domaines nécessitait l'étude parallèle des composés N-alcoylés correspondants. Nous indiquons dans cette Note la synthèse des phthalimides N-alcoylés (I) substitués qui étaient pour la plupart inconnus. Ces composés ont été préparés par les deux méthodes générales suivantes :



Séries substituées en 3. — Par action des alcoylamines sur l'acide nitro-3 phthalique suivie de déshydratation thermique on obtient respectivement le nitro-3 N-méthylphthalimide (F 112-113°) et le nitro-3 N-éthylphthalimide (F 109°) déjà signalés par Bogert et Boroschek ⁽³⁾.

La réduction de ces deux composés par une solution chlorhydrique de chlorure stanneux donne les chlorhydrates des amino-3 N-alcoylphthalimides qui se transforment respectivement par action de l'eau en amino-3 N-méthylphthalimide (aiguilles jaunes F 199°) ⁽¹⁾ et amino-3 N-éthylphthalimide (aiguilles jaunes F 135°).

⁽¹⁾ J. TIROUFLET, *Comptes rendus*, **241**, 1955, p. 1053.

⁽²⁾ J. TIROUFLET, *Rés. Com. XIV^e Congrès Int. de Chimie pure et appliquée*, Zurich, 1955, p. 32.

⁽³⁾ *J. Amer. Chem. Soc.*, **23**, 1901, p. 747.

⁽⁴⁾ WANG, FENG et CHRISTENSEN, *J. Amer. Chem. Soc.*, **72**, 1950, p. 4887.

Les dérivés benzaminés et acétaminés sont préparés à la manière habituelle. Les dérivés halogénés et hydroxylés ont été obtenus par une diazotation de l'amine suivie d'une décomposition par catalyse cuivreuse. Le tableau ci-dessous donne les points de fusion de ces composés qui étaient inconnus :

	Substituant en 3.					
	NHCOCH ₃ .	NHCOC ₆ H ₅ .	Cl.	Br.	I.	OH.
R = CH ₃	154-155°	163-164°	103°	114°	136°	163°
R = C ₂ H ₅	108-109°	141-142°	76°	78°	128-129°	140-141°

Séries substituées en 4. — La nitration du méthylphthalimide et de l'éthylphthalimide fournit presque exclusivement le nitro-4 N-méthylphthalimide (F 175-176°) et le nitro-4 N-éthylphthalimide (F 110-112°). On peut également obtenir ces deux composés par action des alcoylamines sur l'acide nitro-4 phthalique⁽³⁾,⁽⁵⁾. La structure des composés obtenus par nitration directe peut donc être établie sans ambiguïté (P. F. mélange inchangé).

Par réduction au chlorure stanneux on obtient les chlorhydrates des amino-4 N-alcoylphthalimides qui fournissent respectivement l'amino-4 N-méthylphthalimide (aiguilles jaunes F 242°)⁽³⁾ et l'amino-4 N-éthylphthalimide (aiguilles jaunes F 172°).

Les autres dérivés substitués ont été préparés par les méthodes signalées en série 3. Les points de fusions observés sont les suivants :

	Substituant en 4.					
	NHCOCH ₃ .	NHCOC ₆ H ₅ .	Cl.	Br.	I.	OH.
R = CH ₃	226-227°	271°	135°	150°	142-143°	248°
R = C ₂ H ₅	203-204°	195-196°	80-81°	89°	98°	201°

Les deux méthodes précédentes ne s'appliquent pas aux dérivés cyanés et alcoylés car l'introduction de ces groupements dans le cycle nécessite l'utilisation de solutions alcalines qui ouvrent le cycle de l'imide. Il faut alors envisager une synthèse directe en partant de l'acide phthalique substitué correspondant.

Pour les quatre séries étudiées les cristaux des dérivés acétaminés, benzaminés, chlorés, bromés, iodés et hydroxy (ces deux derniers après de nombreuses cristallisations et décolorations) sont incolores. Par contre, les quatre dérivés aminés sont colorés en jaune, mais cette coloration est moins intense que celle des aminophthalimides non alcoylés. Ces quatre derniers composés sont fluorescents en solution aqueuse ou organique.

Pour déceler les associations des composés à groupements NH chélatables

(⁵) BOGERT et RENSHAW, *J. Amer. Chem. Soc.*, 30, 1908, p. 1135.

nous avons utilisé la méthode du point de fusion humide (°) qui nous a fourni les abaissements approximatifs du point de fusion indiqués ci-dessous :

	CH ₃ .		C ₂ H ₅ .	
	3.	4.	3.	4.
NHCOCH ₃	-31°	-76°	-18°	-60°
NHCOC ₆ H ₅	-20°	-34°	-14°	-33°

D'autre part, les composés 3 (avec $\Lambda = \text{OH}$, NH_2 et NHCOCH_3) sont moins solubles dans l'eau que les composés 4.

Toutes ces données et les valeurs relatives des points de fusion indiquent donc une chélation probable de l'hydrogène du substituant 3 avec le carbonyle voisin.

Nous publierons dans une prochaine publication les résultats concernant le comportement polarographique et cinétique de ces dérivés.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Chlorométhylation du tétraméthoxy-3.4.3'.4' diphényle. Synthèse de dérivés du tétraméthoxy-2.3.9.10 dibenzo[ac]heptadiène.* Note de M. **RAYMOND QUELET** et M^{me} **ÉLISABETH MATARASSO-TCHIROUKHINE**, présentée par M. Marcel Delépine.

La chlorométhylation du tétraméthoxy-3.4.3'.4' diphényle donne le dérivé bis-chlorométhylé-6.6'. Partant de ce dichlorure on a préparé l'acide tétraméthoxy-2.3.9.10 dibenzo[ac]cycloheptadiène carboxylique-6 et la dibenzo cycloheptadiénone-6 correspondante.

Le tétraméthoxy-3.4.3'.4' diphényle a été obtenu par Ritchie (1) par action du cuivre sur l'iodo-4 vératrole. Nous l'avons préparé par action du chlorure ferrique sur le magnésien du bromo-4 vératrole (dans le tétrahydrofuranne) (Rdt 40 %) et par double décomposition entre ce magnésien et le bromovératrole en présence de chlorure cobaltique (Rdt 50 %).

CHLOROMÉTHYLATION. — Nous avons essayé tout d'abord de réaliser la chlorométhylation du tétraméthoxy diphényle par condensation avec l'éther chlorométhylé en milieu acétique. La réaction est rapide à 50° mais l'étude cinétique par la méthode de Vavon (2) montre que le produit chlorométhylé qui prend naissance se condense sur lui-même dans une très forte proportion. Effectivement, on isole, après réaction, à côté du dérivé attendu un produit non chloré, F 250-251°, dont l'identification n'est pas terminée.

(*) J. TIROUFLET, *Thèse*, Paris, 1952, p. 53.

(1) *Proc. Roy. Soc.*, **78**, 1945, p. 134.

(2) VAVON, BOLLE et CALIN, *Bull. Soc. Chim.*, (5) **6**, 1939, p. 1025.

Par la suite, nous avons pu effectuer la chlorométhylation dans de bonnes conditions (Rdt 80-90 %) par action de l'acide chlorhydrique sur un mélange de tétraméthoxy diphényle et de formol en présence de dioxane. Après purification par cristallisation dans l'acide acétique, on obtient un composé bis-chlorométhylé, F 152-153°, que nous considérons comme étant le *tétraméthoxy-4.5.4'.5' bis-chlorométhyl-2.2' diphényle* (I).

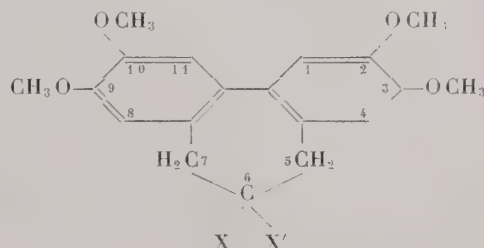
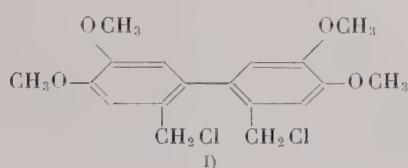
Analyse. — $C_{18}H_{20}O_4Cl_2$, calculé %, C 58,4; H 5,4; Cl 19,1; trouvé %, C 59,0; H 5,8; Cl 18,5.

Par réduction par voie catalytique ou mieux par $AlLiH_4$, il donne le *diméthyl-2.2' tétraméthoxy-4.5.4'.5' diphényle* aiguilles (méthanol) F 117°.

Analyse. — $C_{18}H_{22}O_4$, calculé %, C 71,6; H 7,28; trouvé %, C 71,4; H 7,45.

Les transformations suivantes montrent que les deux groupes chlorométhyle sont bien fixés en 2 et 2'.

SYNTHÈSE DE L'ACIDE TÉTRAMÉTHOXY-2.3.9.10 DIBENZO (*ac*) CYCLOHEPTADIÈNE CARBOXYLIQUE-6 (IV) :



(II) $X = X' = COOC_2H_5$.

(III) $X = X' = COOH$.

(IV) $X = COOH$, $X' = H$.

Par action du dérivé bis-chlorométhylé (I) sur le malonate d'éthyle disodé, dans le tétrahydrofurane, on obtient le diester éthylique de l'acide *tétraméthoxy-2.3.9.10 dibenzo [ac] cycloheptadiène dicarboxylique-6.6* (II) F 126° (Rdt 50 %). Indice de saponification, trouvé 242, calculé 244. Ce dernier a donné, après saponification par la potasse alcoolique, le diacide correspondant (III) (Rdt 95 %) F 236-237° qui se décarboxyle par chauffage et conduit à l'acide *tétraméthoxy-2.3.9.10 dibenzo [ac] cycloheptadiène carboxylique-6* (IV) (Rdt 80 %) fines aiguilles (benzène) F 214-215°.

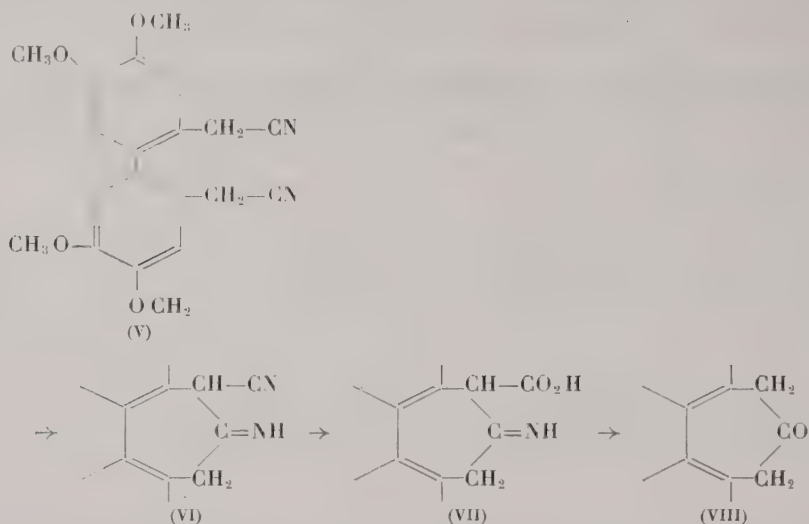
Analyse. — $C_{20}H_{22}O_6$, calculé %, C 67,0, H 6,15; trouvé %, C 66,9, H 6,19.

SYNTHÈSE DE LA TÉTRAMÉTHOXY-2.3.9.10 DIBENZO [*ac*] CYCLOHEPTADIÈNONE-6 (VIII),

L'action du cyanure de potassium sur le dichlorure (I) donne le dinitrile (V) : *tétraméthoxy-4.5.4'.5' dicyanométhyl-2.2' diphényle* (Rdt 90 %) F 145°.

Analyse. — $C_{20}H_{20}O_4N_2$, calculé %, C 68,2; H 5,69; trouvé %, C 68,0; H 5,85.

La cyclisation de ce dinitrile suivant la réaction de Ziegler s'effectue avec un rendement quantitatif par ébullition de sa solution dans l'éthanol en présence d'un peu d'éthylate de sodium et, également, lorsqu'on cherche à obtenir le diacide par chauffage avec la potasse hydroalcoolique. Le cyano imino dérivé (VI), F 242°, ainsi obtenu, mis au contact de l'acide sulfurique concentré, à une température de 10-15°, subit une hydrolyse partielle qui fournit, avec un rendement de 70 %, l'iminoacide correspondant (VII), aiguilles (chloroforme) F 217-218°.



Analyse. — $C_{20}H_{21}O_6N$, calculé %, C 64,6; H 5,7; trouvé %, C 64,3 H 6,0.

Ce dernier s'hydrolyse et se décarboxyle par chauffage à reflux avec l'acide chlorhydrique dilué et donne la *tétraméthoxy-2.3.9.10 dibenzo [ac] cycloheptadiénone-6* (VIII), (Rdt 70 %), aiguilles (acide acétique) F 259°.

Analyse. — $C_{19}H_{20}O_5$, calculé %, C 69,6; H 6,1; trouvé %, C 70,1; H 6,5. Nous nous proposons de préparer la tropolone correspondante.

MÉTÉOROLOGIE. — *Processus du soulèvement des grains de sable par le vent.*

Note (*) de M. **PIERRE DE FÉLICE**, présentée par M. Charles Maurain.

Lorsque le vent souffle sur un sol sableux et atteint une vitesse suffisante, les grains de sable sont soulevés. Nous déterminons la trajectoire d'un grain lorsqu'il quitte le sol, sa vitesse à chaque instant et son accélération. Nous en déduisons les forces qui le soulèvent et le maintiennent en l'air.

(*) Séance du 30 janvier 1956.

1. *Dispositif expérimental.* — Nous disposons d'une soufflerie à très faible turbulence, de section carrée de 20 cm de côté et ayant pour fond une plaque horizontale bien lisse. La veine d'expérience a 1 m de long. Il est possible d'y obtenir toutes les vitesses entre 0 et 20 m/s. La vitesse est pratiquement uniforme dans toute la veine, sauf à moins de 0,1 cm

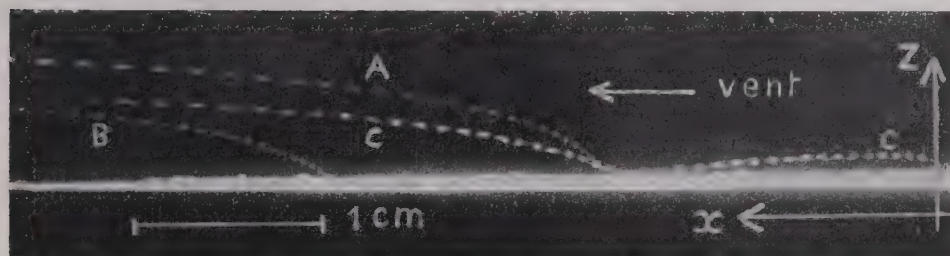


Fig. 1. — Trajectoires de trois grains : A et B décollent alors que C rebondit ayant décollé en amont.

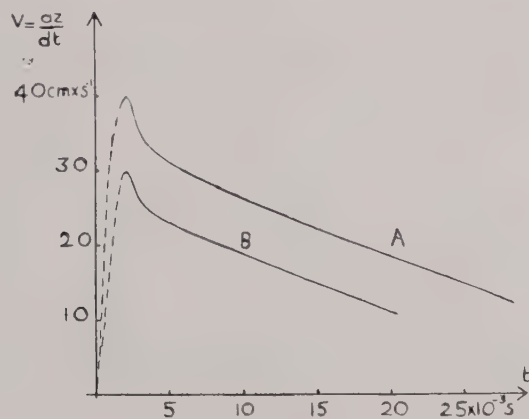


Fig. 2. — Variations des vitesses verticales des grains sur les trajectoires A et B.

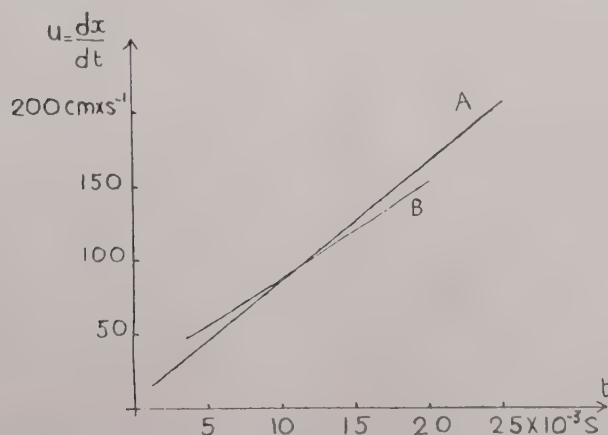


Fig. 3. — Variations des vitesses horizontales des grains sur les trajectoires A et B.

de la paroi. Nous avons placé sur le fond de la veine des grains de sable de 0,02 cm de diamètre, aussi sphériques que possible. Les grains étaient peu nombreux de façon qu'il n'y ait pas d'interaction. L'éclairage se faisait dans le plan vertical central parallèle à la direction du courant d'air avec une lampe à vapeur de mercure modulée à 500 périodes, ayant donc 1000 extinctions par seconde. En faisant croître régulièrement la vitesse de l'air on observe le soulèvement des grains dès que celle-ci atteint 5,50 m/s environ. Nous avons pris beaucoup de photographies dont quelques-unes nous ont permis de saisir le départ d'un grain.

2. *Résultats.* — Dans la première partie de la trajectoire, pour une hauteur au-dessus du sol $z < 0,02$ cm environ, l'accélération du grain est dirigée vers le haut et le gradient vertical de U (vitesse horizontale de l'air) est voisin de $3 \cdot 10^4$ C. G. S. Nous avons esquissé sur la figure 4 la forme approximative des lignes de courant autour du grain.

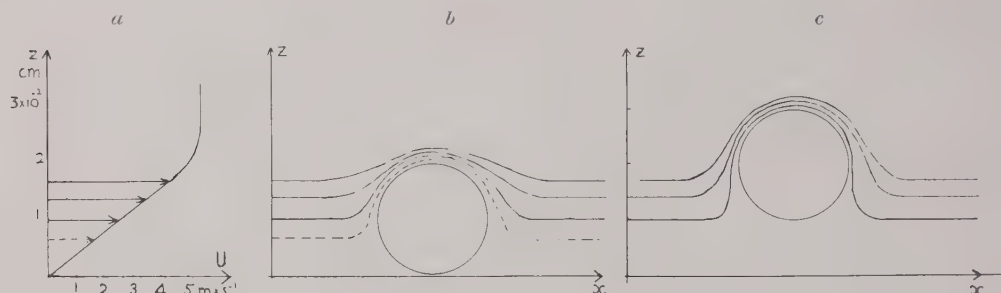


Fig. 4.

- a. Variation de la vitesse U de l'air en fonction de la hauteur z .
 b. Lignes de courant autour d'un grain posé sur le sol.
 c. Lignes de courant autour d'un grain ayant déjà quitté le sol.

Le resserrement des lignes de courant à la partie supérieure du grain crée une dépression et le grain est alors soumis à une poussée ascendante qui le soulève (effet Bernoulli).

Dans la deuxième partie de la trajectoire, située au-dessus de $z = 0,02$ cm, les accélérations verticale et horizontale varient peu (sur la trajectoire A elles valent respectivement -700 et $7\,700$ C. G. S.). En l'absence de tout effet hydrodynamique, l'accélération verticale du grain devrait être égale à l'accélération de la pesanteur. L'écart (environ 280 C. G. S. dans l'exemple choisi), ne peut pas s'expliquer par l'effet Bernoulli puisque le gradient vertical de U est négligeable. Nous sommes conduits à admettre que le grain tourne sur lui-même et qu'il est alors soumis à l'effet Magnus. Plusieurs clichés semblent en effet montrer la rotation de certains grains: nous en donnons un exemple à la figure 5.

Le calcul de l'effet Magnus sur le grain D conduit à admettre une vitesse

de rotation de 350 t/s, l'accélération verticale du grain étant déduite des mesures faites sur la photographie. Or il semble que le grain tourne effectivement à 500 t/s. L'accord est bon compte tenu de l'erreur faite en supposant le grain sphérique. Cette rotation s'explique par le fort gradient

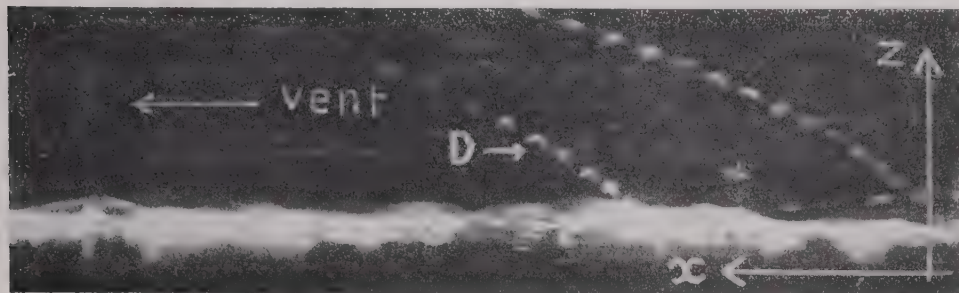


Fig. 5. — Trajectoire d'un grain qui vient de décoller. On remarque qu'elle est formée de petits arcs de cercle, dus à la rotation du grain sur lui-même.

qui règne au voisinage de la paroi. Le grain tourne dès qu'il commence à décoller et l'effet Magnus se combine à l'effet Bernoulli. Les deux effets ne peuvent pas être considérés séparément et nous pouvons parler d'un effet Magnus-Bernoulli.

Nous avons montré qu'un grain de sable placé sur une surface lisse est arraché du sol par l'effet Bernoulli puis soulevé par l'effet Magnus-Bernoulli. Ces effets sont dus au gradient de la vitesse horizontale de l'air près du sol. Au-dessus de 0,02 cm de hauteur environ, le gradient vertical de l'air est pratiquement nul et l'effet Bernoulli cesse, et c'est alors l'effet Magnus seul qui réduit l'action de la pesanteur.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Urticacées. Développement de l'embryon chez l'Urtica dioica L.* Note (*) de M. **ANDRÉ LEBÈGUE**, présentée par M. René Souèges.

L'embryogenèse des Urticacées présente d'incontestables similitudes avec celle des représentants de l'ordre des Malvales. D'autre part, les considérations embryologiques permettent d'attribuer à cette famille un niveau évolutif élevé, en accord avec l'opinion des systématiciens actuels.

Depuis les recherches de R. Souèges sur l'*Urtica pilulifera* L. (¹), diverses opinions ont été émises concernant les affinités des Urticacées et la place de la

(*) Séance du 6 février 1956.

(¹) R. SOUÈGES. *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 1009; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 68, 1921, p. 172-188 et 280-291.

famille dans la classification. Si les relations des Urticacées avec les familles des Cannabinacées, des Moracées, etc., ne sont point discutées, de nombreux systématiciens insistent également sur leur parenté possible avec le groupe plus éloigné des Malvales. P. Guérin, par des considérations sur la nature des fibres et la présence de cellules à mucilage ⁽²⁾, puis T. Holm ⁽³⁾, reprenant une opinion ancienne de H. A. Weddell ⁽⁴⁾, rapprochent les Urticacées des Tiliacées et des Malvacées. Ch. Dehay, par l'étude de l'appareil libéroligneux foliaire, arrive à des conclusions partiellement identiques ⁽⁵⁾. D'autre part, la tendance actuelle est d'assigner à cette famille une place élevée dans la classification : A. R. Bechtel, du point de vue floral ⁽⁶⁾, O. Tippo, selon l'anatomie du bois ⁽⁷⁾, puis J. Hutchinson ⁽⁸⁾, considèrent les Urticacées comme une famille évoluée. Il nous a paru utile d'examiner ces questions du point de vue embryologique en prenant pour exemple l'*Urtica dioica* L.

Des bipartitions successives engendrent une tétrade en T de la catégorie A₂ et l'embryon octocellulaire, puis une forme à seize cellules disposées en cinq étages *q*, *m*, *n*, *o*, *p*. L'étage supérieur *q* engendre la partie cotylée *sensu lato*. La paroi de segmentation qui divise les quadrants est oblique et isole, comme chez les Malvacées et les Composées, deux cellules de position et de destinées différentes α et β . Les méristèmes cotylédonaires tirent leur origine à la fois des éléments β et de blastomères isolés par un cloisonnement vertical ou oblique des éléments dans la région sous-épidermique α . L'étage *m* fournit l'axe hypocotylé. De l'étage *n* sont issues les initiales de l'écorce au sommet radiculaire. L'édification de la portion terminale de l'écorce de la racine se produit à partir d'un groupe de cellules disposées en deux étages, comme l'indiquent les figures 19 à 23. C. Flahault ⁽⁹⁾ et R. Souèges ⁽¹⁾ ont déjà signalé ces particularités chez l'*U. pilulifera*. La coiffe est formée par l'étage *o* et par les parties externes des étages *n* et *m*. Le blastomère *p* forme un suspenseur très court rapidement détruit. Il ne nous semble pas devoir être comparé à un haustorium comme l'avait suggéré J. Modilewski au sujet de l'*U. pilulifera* ⁽¹⁰⁾.

Ainsi l'embryogenèse de l'*Urtica dioica* suit les lois du mégarchétype II dans la première période, comme le *Malva rotundifolia* L. ⁽¹¹⁾, les *Lavatera* ⁽¹²⁾, le

⁽²⁾ P. GUÉRIN, *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 480; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 70, 1923, p. 125-136, 207-215 et 255-263.

⁽³⁾ T. HOLM, *Amer. J. Sc.*, 13, 1927, p. 115-122.

⁽⁴⁾ H. A. WEDDELL, *Arch. Mus.*, 9, 1856, p. 49; cité par BAILLON, *Histoire des plantes*, Paris, 3, 1872, p. 507.

⁽⁵⁾ CH. DEHAY, *Thèse Doct. ès Sc. État*, Lille, 1934.

⁽⁶⁾ A. R. BECHTEL, *Amer. J. Bot.*, 8, 1921, p. 386-410.

⁽⁷⁾ O. TIPPO, *Bot. Gaz.*, 100, 1938, p. 1-99.

⁽⁸⁾ J. HUTCHINSON, *The families of flowering plants. I. Dicotyledons*, Londres, 1926; *A botanist in Southern Africa*, Gawthorn, Londres, 1946.

⁽⁹⁾ C. FLAHAULT, *Ann. Sc. nat. Bot.*, 6^e série, 6, 1878, p. 126.

⁽¹⁰⁾ J. MODILEWSKI, *Flora*, 98, 1908, p. 423.

⁽¹¹⁾ R. SOUÈGES, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 1435.

⁽¹²⁾ A. LEBÈGUE, *Comptes rendus*, 239, 1954, p. 1838.

Tilia plastiphyllus Scop. ⁽¹³⁾. Les Urticacées présentent donc, du point de vue strictement embryologique, d'incontestables similitudes avec des représentants de l'ordre des Malvales.

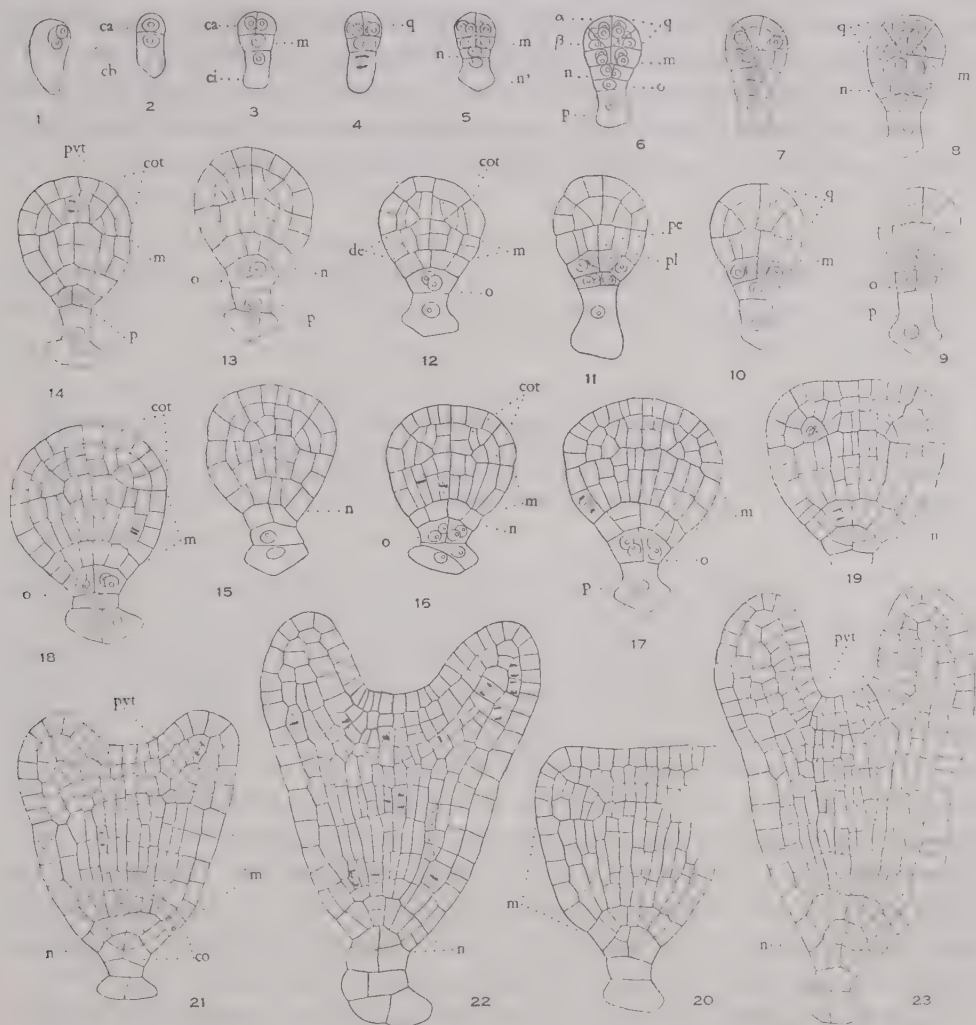


Fig. 1 à 23. — *Urtica dioica* L. — Embryogenèse : *ca* et *cb*, cellules apicale et basale du proembryon bicellulaire; *m*, cellule intermédiaire de la tétrade; *ci*, cellule inférieure de la tétrade; *q*, quadrants; *α* et *β*, cellules-filles des quadrants; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci*; *o* et *p*, cellules-filles de *n'*; *de*, dermatogène; *pe*, périlème; *pl*, plérôme; *pvt*, point végétatif de la tige; *cot*, cotylédon; *co*, coiffe. Gr. : 275.

D'autre part, on considère habituellement qu'un embryon est d'autant plus évolué que les différenciations de ses blastomères sont plus précoces. On note

(13) R. SOUÈGES, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 998.

à ce sujet que, chez l'*Urtica*, l'équipollence des blastomères n'est pas conservée après le stade à seize cellules : le nombre de celles qui sont destinées à fournir le corps embryonnaire l'emporte rapidement sur celui, très réduit, des éléments suspensoriaux. D'un autre côté, les méristèmes cotylédonaux, comme ceux du point végétatif, se différencient rapidement, de façon plus précoce que chez les *Lavatera*, par exemple, qui présentent le même type de développement. Ce sont là des caractères qui traduisent pour l'Ortie un niveau évolutif déjà élevé. Cela s'accorde avec l'opinion des systématiciens actuels d'après laquelle les Urticacées sont des plantes devenues secondairement apétales.

PHYSIQUE VÉGÉTALE. — *Action du gaz carbonique et de la lumière sur l'appareil stomatique isolé.* Note de M. IGOR MOURAVIEFF, présentée par M. Roger Heim.

Contrairement à l'opinion généralement admise, l'appareil stomatique isolé est capable de s'ouvrir à la lumière, en absence du gaz carbonique, avec élévation du potentiel osmotique de 6-8 atm. On montre que des conditions de milieu convenables, assurant surtout le maintien de l'hydratation normale des cellules, sont indispensables au mouvement.

On connaît l'importance de la lumière et de la tension du gaz carbonique de l'atmosphère foliaire dans les mouvements des stomates ⁽¹⁾, ⁽²⁾, ⁽³⁾, mais le mécanisme biochimique et le rôle des divers tissus sont encore obscurs. Il est certain qu'un progrès dans cette voie pourrait être réalisé si l'on arrivait à faire réagir les stomates d'un épiderme détaché et montrer ainsi leur autonomie fonctionnelle. Or, jusqu'à présent toutes les tentatives dans cette direction ont échoué ou sont discutables, ce qui a fait admettre la nécessité d'une liaison avec le mésophylle.

Au cours de nos recherches sur les coupes paradermales et les stomates isolés, nous avons acquis la certitude que l'absence de réactions de ces stomates est due aux perturbations de l'équilibre hydrique et osmotique provoquées par des conditions expérimentales défavorables ⁽⁴⁾.

Nous avons récemment réussi à faire ouvrir les stomates isolés chez quelques plantes telles que *Pelargonium hortorum* en les maintenant dans une atmosphère dépourvue de gaz carbonique et à la lumière sur un milieu approprié. Nous prélevons un disque de 5 mm de diamètre dans une feuille et nous effectuons une mince coupe paradermale de l'épiderme

(1) G. W. SCARTH, *Plant Physiol.*, 26, 1951, p. 207-225.

(2) O. V. S. HEATH et F. L. MILTORPE, *J. Exper. Bot.*, 1, 1950, p. 227-243.

(3) O. V. S. HEATH et J. RUSSEL, *J. Exp. Bot.*, 3, 1954, p. 1-15 et 269-292.

(4) I. MOURAVIEFF, *Bull. Soc. Bot. Fr.* (sous presse).

inférieur⁽⁵⁾. La coupe est ensuite remise à sa place sur le disque et repose ainsi sur le tissu lacuneux sectionné. L'hydratation est maintenue par l'intermédiaire de l'épiderme supérieur en contact avec de la gélose à 0,4 %, coulée dans un petit cristalliseur. Si l'on introduit celui-ci dans un récipient en verre contenant une solution de potasse N/2 et éclairé par un tube fluorescent, après 4 h 30 les stomates sont largement ouverts. L'ouverture n'a pas lieu chez les témoins préparés de la même manière, mais maintenus à l'obscurité ou en présence de gaz carbonique et au même degré hygrométrique. On ne peut donc expliquer l'ouverture par une perte d'eau de l'épiderme.

La présence de la gélose est nécessaire comme milieu de régularisation de l'hydratation du disque foliaire, car si l'on place le disque directement sur l'eau, l'ouverture des stomates ne se fait pas par suite de l'apparition d'eau en trop grande quantité entre la surface de section et la coupe. Il en est de même si l'on place les coupes directement sur la gélose ou d'autres milieux, qui provoquent une baisse du potentiel osmotique des cellules stomatiques pouvant aller de 4 à 7 atm.

On pourrait supposer, dans ces expériences, que le tissu palissadique étant resté intact, transmet par diffusion à la coupe certains produits issus de la photosynthèse s'effectuant à partir du gaz carbonique respiratoire et qui contribueraient à l'ouverture. Cependant, si l'on remplace le disque chlorophyllien par un disque prélevé dans une partie blanche d'une feuille panachée de *Pelargonium* ou même par un disque préalablement bouilli, on obtient encore une ouverture, toutefois moins prononcée.

Cette ouverture des stomates est accompagnée d'une élévation du potentiel osmotique du même ordre que celle ayant lieu dans les feuilles intactes. De nombreuses mesures nous ont montré qu'elle est environ de 6-8 atm. Il est difficile de chercher l'origine de cette élévation ailleurs que dans l'hydrolyse de l'amidon des plastes stomatiques. Cependant nous n'avons pas pu reconnaître de façon sûre une diminution de la teneur en ce glucide.

D'autres expériences en cours avec des milieux variés, synthétiques ou naturels, nous font croire que la composition, le pH et surtout la teneur en eau du milieu, ont une très grande influence sur les mouvements des stomates isolés. Ces recherches permettent de penser que l'origine des mouvements est localisée dans les cellules stomatiques elles-mêmes, et que le transfert de certaines substances chimiques ou d'un stimulus électrique n'est pas indispensable.

(⁵) I. MOURAVIEFF, *Thèse*, Lyon, 1955.

PHYSIOLOGIE. — *Caractères métaboliques de l'obésité due à des tumeurs adrénocorticotropiques chez la Souris*. Note de M. JEAN MAYER, M^{lle} CLAIRE ZOMZELY et M. KENNETH SHULL, présentée par M. André Mayer.

Les souris porteuses de tumeurs adrénocorticotropiques (transplantables) ont un taux de lipogénèse élevé même au jeûne et une teneur corporelle en acides gras élevée même quand leur poids est normal. Ces souris ont aussi au jeûne une glycémie et une teneur en glycogène hépatique élevées. Leur glucose-6-phosphatase hépatique est élevée.

Nous avons décrit ⁽¹⁾ un certain nombre de formes d'obésité de la Souris, d'étiologies diverses :

A. *Formes génétiques*. — Par exemple syndrome récessif d'obésité-hyperglycémie ⁽¹⁾ [dont le mécanisme postulé : hypersécrétion d'insuline et de glucagon ⁽²⁾ a été confirmé par des mesures directes ⁽³⁾, ⁽⁴⁾]; obésité « jaune » dominante et hétérozygote ⁽¹⁾ et une troisième forme héréditaire très récemment isolée chez la Souris blanche qui paraît dominante et, en ce qui concerne son degré, liée au sexe;

B. *Formes où l'obésité est induite par traumatisme*. — Obésité hypothalamique ⁽⁵⁾ où les lésions sont induites grâce à des électrodes placées dans les noyaux ventromédiaux, et obésité due à l'aurothioglucose [le mécanisme de cette action a été décrit dans une Note récente ⁽⁶⁾];

C. *Formes dues à des changements du milieu*. — Obésité nutritionnelle ⁽⁷⁾, ⁽⁸⁾ et obésité due à l'immobilisation ⁽⁹⁾.

Si l'on considère la pathogénie (plutôt que l'étiologie), ces types peuvent se ranger en deux classes ^(*) : obésités « de régulation » (l'atteinte primaire est une anomalie du mécanisme régulateur central; les anomalies métaboliques sont toutes des conséquences de l'hyperphagie); et obésités « de métabolisme » (l'atteinte primaire est alors une anomalie du métabolisme périphérique). L'obésité due à l'aurothioglucose ⁽¹⁾ est un exemple d'obésité « de régulation », le syndrome d'obésité-hyperglycémie ⁽¹⁾, ⁽²⁾

⁽¹⁾ J. MAYER, *Physiol. Rev.*, 33, 1953, p. 472.

⁽²⁾ J. MAYER, *Comptes rendus*, 236, 1953, p. 1604.

⁽³⁾ G. A. WRENSHALL, S. B. ANDRUS et J. MAYER, *Endocrinol.*, 56, 1955, p. 335.

⁽⁴⁾ D. CLARK, G. A. WRENSHALL et J. MAYER, *Nature* (sous presse).

⁽⁵⁾ J. MAYER, R. G. FRENCH, C. Y. ZIGHERA et R. J. BARNETT, *Amer. J. Physiol.*, 182, 1955, p. 75.

⁽⁶⁾ J. MAYER et N. B. MARSHALL, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 169.

⁽⁷⁾ P. F. FENTON et C. J. CARR, *J. Nutr.*, 45, 1951, p. 225.

⁽⁸⁾ J. MAYER, *Nutr. Abst. and Revs.*, 1^{re} partie : 25, 1955, p. 597; 2^e partie : 25, 1955, p. 871.

⁽⁹⁾ J. FURTH, *Rec. Progr. Horm. Res.*, 2, 1955, p. 221.

d'obésité « de métabolisme ». Les différences entre les deux classes sont nombreuses ⁽⁸⁾. Deux épreuves entre autres permettent de déterminer qu'une forme donnée est une obésité « de métabolisme » et non « de régulation », ce sont l'existence d'un taux de lipogénèse anormalement élevé *même au jeûne*, et une teneur corporelle en graisses élevée *même quand le poids a été ramené à la normale*. Ces conceptions ont été appliquées à l'étude d'une nouvelle forme d'obésité chez la Souris, due à la greffe de tumeurs hypophysaires adrénocorticotropiques.

Ce type de tumeur est apparu [en même temps que d'autres tumeurs sécrétant chacune une des hormones hypophysaires : somatotrope, thyrotrope, gonadotropes ⁽⁹⁾] chez des Souris irradiées. La tumeur est transplantable et cause l'hypertrophie des surrénales, l'involution du thymus, la lymphopénie et, si la taille de la tumeur est suffisante, une augmentation de poids très marquée (60 %) et parfois la glucosurie. Les glandes endocrines autres que les surrénales ne sont pas hypertrophiées. Le bilan énergétique est généralement positif : ingestion calorique supérieure à celle de témoins non greffés ou greffés et surrénalectomisés, activité moindre, consommation basale d'oxygène normale ⁽¹⁰⁾.

Dans une première série expérimentale 81 souris (souche LAF₁) furent utilisées : souris greffées avec la tumeur (souris O), souris greffées et surrénalectomisées (souris A) et témoins non greffés (souris C). Le taux d'incorporation « instantané » d'acétate marqué (au radiocarbonate dans le groupe carboxyle) dans les acides gras et le cholestérol fut déterminé chez les animaux alimentés et au jeûne (18 h), d'après la méthode déjà utilisée pour d'autres types d'obésité ⁽¹¹⁾, ⁽¹²⁾. La validité et la précision de cette méthode ont été réexaminées récemment ⁽¹³⁾. En ce qui concerne la composition, avec des groupes de souris choisies pour leurs poids analogues (les souris greffées portaient des tumeurs très petites), on trouve que chez le groupe O, la répartition des constituants est caractéristique des obésités « de métabolisme ». Les résultats numériques sont résumés dans le tableau I (moyennes et écarts-types).

Les animaux O renferment environ 40 % de cholestérol de plus que les témoins.

En ce qui concerne la lipogénèse, les résultats là aussi sont caractéristiques de ceux que l'on obtient dans les obésités « de métabolisme » : augmentation de lipogénèse qui persiste après un jeûne de 18 h. Le tableau II résume les résultats obtenus avec quatre formes d'obésité

⁽¹⁰⁾ J. MAYER, C. ZOMZELY et J. FURTH, *Science* (sous presse).

⁽¹¹⁾ M. W. BATES, C. ZOMZELY et J. MAYER, *Amer. J. Physiol.*, **181**, 1955, p. 187.

⁽¹²⁾ J. MAYER et C. Y. ZIGHERA, *Experientia*, **2**, 1955, p. 358.

⁽¹³⁾ M. W. BATES, C. ZOMZELY et J. MAYER, *Endocrinol.*, **57**, 1955, p. 505.

dont deux sont représentatives des obésités « de régulation » et dont deux sont représentatives des obésités « de métabolisme ».

TABLEAU I.

Teneurs en acides gras de souris porteuses de tumeurs adrénocorticotropiques et de leurs témoins.

Types de souris (et nombres).	Poids (g).	Teneur extrahépatique en acides gras (%).	Teneur hépatique en acides gras (%).
Souris porteuses de tumeurs (O) :			
Alimentées (13).....	28,4 ± 3,9	17,8 ± 3,5	6,8 ± 3,4
Au jeûne (9).....	27,4 ± 2,7	15,2 ± 2,5	4,7 ± 1,2
Souris porteuses de tumeurs surrénalec- tomisées (A) :			
Alimentées (14).....	27,3 ± 3,5	5,9 ± 1,2	3,7 ± 1,3
Au jeûne (9).....	25,1 ± 2,5	4,2 ± 2,6	2,9 ± 1,1
Souris témoins :			
Alimentées (23).....	27,7 ± 2,5	6,9 ± 2,2	3,1 ± 1,0
Au jeûne (13).....	25,4 ± 2,7	6,2 ± 2,8	2,9 ± 1,1

TABLEAU II.

Taux relatifs de lipogénèse chez les souris normales et des souris obèses alimentées et au jeûne (souris normales alimentées = 100). La comparaison porte sur quatre types de souris obèses choisis comme exemples.

Type et état de nutrition.	Normales.	Lésions électrolytiques hypo- thalamiques.	Traitées à l'aurothio- glucose.	Obèses hyper- glycémiques.	Porteuses de tumeurs adrénocorti- cotropiques.
Alimentées	100	240	175	225	175
Au jeûne.....	50	50	50	85	90

Le taux de la cholestérogénèse est également augmenté chez les souris O comme chez les souris obèses-hyperglycémiques ⁽⁸⁾].

Enfin, en ce qui concerne le métabolisme des glucides, une observation intéressante est que, tandis qu'un jeûne de 24 h diminue la glycémie de souris normales de 40 % et abaisse la teneur du foie en glycogène à un niveau infime (moins de 0,1 %), un jeûne de même durée ne modifie pas la glycémie d'animaux porteurs de tumeurs et non surrénalectomisés et n'abaisse le glycogène hépatique chez ces souris O qu'à un niveau de 1,4 %. L'activité spécifique de la glucose-6-phosphatase (exprimée par gramme de tissu) mesurée chez six animaux O et six témoins C par une méthode décrite prochainement ⁽¹⁴⁾ est élevée (0,354 ± 0,045 contre 0,244 ± 0,016; $p < 0,01$). L'activité de la phosphorylase est à peine augmentée. [Chez les

(14) K. H. SHULL, J. ASHMORE et J. MAYER. *Arch. Biochim. Biophys.* (sous presse).

souris obèses-hyperglycémiques, la phosphorylase est élevée; chez les souris obèses traitées à l'aurothioglucoze les activités enzymatiques spécifiques sont normales ⁽¹⁴⁾].

ENDOCRINOLOGIE. — *Stimulation nerveuse de la fonction folliculo-stimulante de l'hypophyse chez la Ratte*. Note de M. JEAN-JACQUES ALLOITEAU, présentée par M. Robert Courrier.

L'excitation mécanique du col utérin stimule l'activité œstrale de rattes mises en diœstrus prolongé ou permanent par des lésions de l'hypothalamus. La stimulation électrique directe de l'hypothalamus renforce l'œstrus qui la suit.

On admet aujourd'hui que la stimulation de la fonction lutéinisante (LH) de l'hypophyse fait appel habituellement à un intermédiaire hypothalamique, aussi bien chez la Lapine [ovulation et formation de corps jaunes (C. J.)] que chez la Ratte (disparition des C. J. et œstrus permanent après lésion de l'hypothalamus). On sait aussi depuis longtemps qu'au moins pendant la lactation, la fonction lutéotrophe (LT, prolactine) met en jeu un intermédiaire nerveux dont un des maillons est probablement hypothalamique. Récemment, J. W. Everett ⁽¹⁾ a soutenu que la fonction lutéotrophe était conservée par l'hypophyse greffée dans le rein, puisque l'œstradiol rend les C. J. fonctionnels, ce qui n'a pas lieu en l'absence de greffon.

Pour la fonction folliculostimulante (FSH), certains la tiennent apte à persister après rupture des relations normales entre hypothalamus et hypophyse (œstrus permanent chez le cobaye femelle hypophysectomisé et greffé d'une hypophyse dans l'œil); chez la Ratte le cycle œstral fait défaut à moins que la greffe ne soit faite dans la selle turcique ou dans l'œil ⁽²⁾.

On sait que la succion du mamelon met au repos l'appareil folliculaire ovarien. Que se passe-t-il avec d'autres types d'excitation? Nous avons eu recours, soit à l'excitation du col utérin au cours du diœstrus permanent secondaire à une lésion hypothalamique, soit à la stimulation directe de l'hypothalamus.

1. *Stimulation du col utérin chez des rattes en diœstrus prolongé hypothalamique*. — On sait que des lésions électrolytiques symétriques de la partie moyenne des noyaux ventromédians causent dans 20 à 30 % des cas un œstrus permanent. Chez un petit nombre de femelles à cycle régulier avant la lésion, on observe un phénomène plus rare : des périodes de diœstrus prolongé ou un diœstrus définitif; les ovaires, comme les cornes

⁽¹⁾ *Endocrinology*, 54, 1954, p. 685.

⁽²⁾ J. BENOIT, *J. Physiologie*, 47, 1955, p. 427 à 567.

utérines, sont atrophiques, mais on ne peut dire qu'il y a eu destruction de l'hypophyse, puisque les surrénales sont de poids normal, ou élevé (60 à 115 mg) si l'animal a succombé à une infection ou à une parasitose.

Nous avons excité à l'aide d'une baguette de verre le col utérin de ces rattes en diœstrus : 80 excitations en une minute chaque jour pendant plus ou moins longtemps. Parfois l'excitation est sans effet. D'autres fois, elle semble avoir raccourci les périodes de diœstrus et allongé les périodes d'œstrus. L'effet peut être beaucoup plus net. Voici une ratte qui, après une période d'œstrus permanent, présente des cycles anovulaires (les ovaires sont toutefois atrophiques, sans trace de C. J.). On excite le col pendant 8 jours : immédiatement reprise d'un œstrus ininterrompu pendant 23 jours, puis activité cyclique pendant un mois, suivie d'un diœstrus de 55 jours ; celui-ci cède au 5^e jour d'une nouvelle série d'excitations : œstrus de 48 h suivi, après 9 jours, d'un œstrus de 4 jours.

Voici un autre cas : diœstrus de 83 jours cédant 11 jours après le début d'une série de 10 excitations : œstrus de 4 jours, suivi d'œstrus de 3 à 4 jours tous les 10 à 16 jours. Une nouvelle série d'excitations ramène à 4 ou 5 jours la durée des périodes de diœstrus.

Dernier exemple : diœstrus de 60 jours faisant place à une activité pseudo-cyclique au 6^e jour d'une série d'excitations de 21 jours. Puis reprise d'un diœstrus à peu près total qui cède à une nouvelle série d'excitations ; l'animal entrera ultérieurement en œstrus permanent.

En résumé, l'excitation du col utérin peut mettre un terme à une période de diœstrus prolongé après lésion hypothalamique et même provoquer la venue d'un œstrus prolongé. On pourrait penser naturellement que l'excitation mécanique est responsable de la kératinisation vaginale : ceci est peut-être vrai dans certains cas, mais une telle explication ne tient plus lorsque l'excitation cervicale, relativement courte, s'est répercutée pendant des semaines sur l'activité œstrale.

Ayant fait ces constatations, nous nous sommes demandé quel pourrait être l'effet d'une excitation hypothalamique directe. Nous avons simplement repris les dossiers d'un certain nombre d'animaux porteurs de lésions hypothalamiques.

2. *Effets immédiats des lésions hypothalamiques.* — Il avait été observé dès 1947 ⁽³⁾ que la lésion hypothalamique était souvent suivie d'une période de diœstrus de 14 à 16 jours. Ce diœstrus est, dans la majorité des cas, lié à une pseudo-gestation comme le prouvent les déciduomes traumatiques souvent énormes. Ici nous voudrions faire état d'autres observations faites immédiatement après les lésions chez 26 des nombreuses rattes que nous avons opérées. Ces animaux, suivis depuis 12 à 40 jours

(3) J. BROBECK et J.-J. ALLOITEAU, 1947 (non publié).

avant la lésion, avaient des cycles réguliers et des œstrus de durée normale. Sur ces 26 animaux, l'allongement de l'œstrus suivant la lésion est frappant.

Sept fois la lésion a été faite le jour de l'œstrus dont la durée moyenne a plus que doublé. Par la suite il y a eu 3 pseudo-gestations probables et un diœstrus permanent.

Sept fois la lésion a été faite la veille de l'œstrus escompté. Là encore la durée de l'œstrus suivant a plus que doublé. Ultérieurement, il y a eu 2 pseudo-gestations et un œstrus permanent.

Onze fois la lésion a été faite 2 jours avant l'œstrus dont la durée moyenne a presque triplé; plus tard il y a eu 4 pseudo-gestations probables, 2 œstrus permanents et un diœstrus permanent.

Une seule fois on a observé une prolongation de l'œstrus de 1 à 3 jours chez une ratte opérée 3 jours avant l'œstrus escompté. Jamais l'œstrus n'a été avancé.

Au total, dans un pourcentage de cas non négligeable, la lésion hypothalamique allonge l'œstrus qui la suit, ceci d'ailleurs quelle que soit la destinée ultérieure de l'activité œstrale. Il semble bien qu'on soit obligé d'admettre une activation de la fonction FSH dans tous ces cas : la suppression de l'éventuelle activité du C. J. cyclique par sidération de LH, de LT ou des deux hormones pourrait expliquer le phénomène. Mais il est connu depuis longtemps qu'un « stress » suffisant interrompt l'activité œstrale de la Ratte. Pour notre part, nous avons, à maintes reprises, observé qu'un « stress » quelconque interrompt, de façon plus ou moins durable (2 jours à plusieurs semaines) selon son intensité, l'œstrus permanent hypothalamique chez la Ratte sans qu'il apparaisse de C. J. Or la lésion hypothalamique constitue un « stress » particulièrement sévère qui devrait supprimer l'activité cyclique, ce qui a sans doute lieu quelquefois. Mais, dans les 26 cas étudiés ici, le renforcement de l'activité œstrale nous semble ne pouvoir s'expliquer que par une activation de la fonction FSH de l'hypophyse.

En résumé, les lésions hypothalamiques peuvent quelquefois diminuer l'activité folliculostimulante de l'antéhypophyse au point que la Ratte entre en diœstrus permanent. L'excitation mécanique du col utérin fait parfois reparaitre l'œstrus et même un œstrus très durable. L'œstrus qui suit la lésion hypothalamique est souvent prolongé. Ces faits montrent que la fonction FSH de l'hypophyse est stimulée par deux types au moins d'excitation nerveuse.

ZOOLOGIE. — *Sur l'anatomie céphalique des larves de Coniopterygidæ (Névroptères Planipennes)*. Note (*) de M. **ANDRÉ ROUSSET**, transmise par M. Pierre-P. Grassé.

Une étude sur la larve de *Coniopteryx pygmæa* End., effectuée *in toto* après éclaircissement, a permis à Genay ⁽¹⁾ de mettre en évidence la forme particulière des pièces buccales. Mais ces pièces, contrairement à ce qu'a écrit cet auteur, sont bien du type « planipenne », c'est-à-dire faites d'une mandibule effilée et d'une maxille comportant un cardo, un stipes et un stylet. Les stylets mandibulaires et maxillaires sont conformés en gouttière; ils se coaptent et ménagent entre eux un canal. Chez *Coniopteryx*, les stylets sont courts, cachés au repos par le clypo-labre. Les figures données par Crampton (1921) et par Stitz (1935) relatives à la larve de *Conwentzia* sont manifestement insuffisantes. L'Ouvrage classique de F. J. Killington ⁽²⁾ ne renferme aucune figure de détail sur la tête des larves de *Coniopterygidæ*, ni aucun renseignement anatomique précis. Nous avons entrepris une étude détaillée de l'anatomie céphalique de ces larves avec examen *in toto* et reconstitutions de coupes sériées. Cette Note sera surtout consacrée à l'étude du labium, et à l'interprétation d'une languette membraneuse, déjà signalée par A. Genay, qui se situe médialement entre les stylets mandibulaires et maxillaires.

Ces larves de deuxième génération proviennent des environs de Dijon. D'après les figures et les descriptions données par Killington ⁽²⁾ il semble qu'il s'agisse de la larve de *Coniopteryx pygmæa* End. La chétotaxie céphalique correspond à celle de la larve décrite par A. Genay, déterminée avec l'Ouvrage de Killington.

Squelette du labium. — Sur la face ventrale, on distingue un prélabium séparé d'un postlabium par un fin sillon. Les invaginations postérieures du tentorium sont situées très en arrière et sont fortement chitinisées; beaucoup de muscles s'insèrent dans cette région des métatentorinas. Le prémentum se présente comme une plaque marquée d'un léger sillon longitudinal médian, visible seulement sur coupes. Les palpes s'insèrent très médialement, entre eux deux replis membraneux flanquent l'orifice d'un conduit impair à paroi sclérifiée formant une baguette rigide, celle-ci se prolonge postérieurement à l'intérieur du labium et sert de point d'attache à plusieurs muscles labiaux sur lesquels nous reviendrons. Cette formation

(*) Séance du 6 février 1956.

(1) *Trav. Lab. Zool. Fac. Sciences Dijon*, n° 3, 1953.

(2) *A monograph of the British Neuroptera. Ray Society, London*, 1936.

chitineuse peut être comparée à la cloison sagittale signalée par Korn ⁽³⁾ chez *Myrmeleon*.

Le palpe, selon Withicombe (1923) serait formé de deux articles, mais Killington tient le premier article pour un palpiger; l'étude de la musculature nous permettra de discuter la valeur morphologique de cet « article ». L'article terminal possède une aire sensorielle latéro-interne, garnie de sensilles et desservie par une branche importante du nerf labial. Le rôle du palpe labial est aussi important que celui des antennes. Chez la plupart des autres Névroptères, les palpes labiaux sont réduits ou même absents (*Sisyridæ*).

Dorsalement aux palpes, une languette impaire, peu sclérifiée, se « co-adapte » avec un épipharynx, l'ensemble fermant antérieurement l'atrium buccal et ne laissant communiquer latéralement ce dernier qu'avec les canaux formés par les stylets mandibulaires et maxillaires. La région dorsale de cette languette rejoint le plancher de l'atrium buccal, fortement sclérifié.

Glandes. — Il n'a été observé ni glandes salivaires ni conduit salivaire.

Musculature. — Nous n'avons pas de données sur la musculature des *Coniopterygidæ*. Les principales études anatomiques utilisées sont celles de H. Röber ⁽⁴⁾ sur *Sialis flavilatera* et de W. Korn ⁽³⁾ sur *Myrmeleon europeus*.

Muscle dépresseur du palpe : Gros muscle inséré d'une part à la base dorsale de l'article terminal du palpe et d'autre part à la face médio-ventrale du prémentum.

Muscle élévateur du palpe : Plus faible, inséré à côté du dépresseur, sur une région latérale du prémentum, à la limite maxillo-labiale. Ces deux muscles correspondent respectivement aux *depressor* et *levator* du palpe du schéma général de Snodgrass (*dplp*, *lplp*). Ils sont présents chez *Myrmeleon*.

Muscle rétracteur médian du prémentum : Il est formé de deux faisceaux prenant naissance antérieurement sur la région médiane du prémentum et sur la région de l'invagination métatentoriale. Il correspondrait au *m. retractor prementi* de Röber et au 1 *adlb* de Snodgrass.

Muscle rétracteur latéral du prémentum : Constitué de deux faisceaux insérés latéralement au niveau d'un repli membraneux de la base de l'article proximal du palpe et allant sur le pont tentorial. Il pourrait correspondre au 2 *adlb* de Snodgrass.

Muscle transversal antérieur : Röber en signale l'existence chez *Sialis*

⁽³⁾ Zool. Jahrb. (Anat.), 68, 1943, p. 273-330.

⁽⁴⁾ Zool. Jahrb. (Anat.), 67, 1941, p. 61-118.

(*m. transversalis labialis*). Il s'étend transversalement entre deux points symétriques situés à la limite dorsale maxillo-labiale de la région moyenne du prélabium.

Muscle protracteur du prémentum : Il se compose de plusieurs faisceaux variables par leur nombre et leurs insertions, suivant les individus examinés. Malgré cette variabilité, il semble que l'on puisse admettre que l'ensemble est formé par un muscle pair; son insertion antérieure se situe sur la paroi chitinisée du plancher de l'atrium buccal, son insertion postérieure étant au point de départ de la baguette interne. Sa contraction applique la languette membraneuse contre l'épipharynx assurant ainsi l'étanchéité de l'appareil sucer. Ce muscle serait à comparer au *m. dorso-ventralis labialis* existant chez *Sialis*.

Sur la baguette chitineuse s'insèrent deux muscles pairs, l'un s'attache antérieurement sur cette baguette et rejoint la région des métatentorinas, l'autre prend naissance plus postérieurement sur la baguette, croise le muscle précédent et s'attache sur le prémentum à côté du muscle élévateur du palpe. Attaché de part et d'autre sur la région métatentoriale un muscle transversal a sa partie médiane insérée à l'extrémité postérieure de la baguette. Ce muscle, tout comme le muscle transversal antérieur, semble modifié histologiquement : sa striation n'est pas apparente; il doit jouer le rôle d'un tendon.

Ce labium à structure encore énigmatique doit être comparé au labium de *Myrmeleon*. Ce dernier montre, sur son plancher, une crête sagittale médiane où s'insère un muscle pair. Selon Korn c'est l'adducteur du palpe dont l'article basal est ainsi un article normal. Crampton interprète ce muscle comme un submento-prémental, le prétendu premier article devient alors un palpiger. Chez *Coniopteryx*, où la disposition anatomique est comparable, les deux interprétations peuvent se soutenir, mais nous pensons avec Killington que l'hypothèse d'un palpiger contenant les deux muscles moteurs du palpe proprement dit est à retenir. La baguette chitineuse représenterait non un vestige de canal salivaire : elle résulterait au contraire de l'enfoncement de la région médiane du labium. La languette membraneuse appartiendrait au prélabium et correspondrait à des lobes fusionnés. Si cette hypothèse s'avérait exacte, l'hypopharynx en temps que sternite gnathal serait réduit à un court domaine du plancher de la cavité buccale, au voisinage de la bouche. Le muscle protracteur du prémentum correspondrait alors à un dilatateur ventral du canal des salivaires (Snodgrass). Ce labium, tout comme celui des autres Planipennes, pose donc un certain nombre de problèmes, que des études en cours sur d'autres larves de *Coniopterygidæ* permettront de préciser.

ZOOLOGIE. — *Étude de la migration chez Chelura terebrans (Crustacé Amphipoda)*. Note de M. ALBERT BOURDILLON, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

Chelura terebrans Philippi (Crustacea, Amphipoda), fréquent sur les bois immergés, se rencontre toujours associé à diverses espèces de *Limnoria* (Crustacea, Isopoda), tandis que pour ces dernières l'association avec les *Chelura* n'est nullement obligatoire.

1. *Expériences avec des bois de surface lisse*. — Au cours de l'année 1954, j'ai procédé, dans le port de Marseille, à des immersions périodiques de bois d'expérience, de surface lisse, changés tous les deux mois. Le nombre de *Chelura* récoltées sur ces bois ainsi que le nombre de galeries de *Limnoria lignorum* Rathke se répartissent ainsi, mettant en évidence une migration pour ces deux espèces :

Temps d'immersion.....	9 avril-10 juin.	11 juin-13 août.	18 août-18 oct.	18 oct.-17 nov.
Nombre de <i>C. terebrans</i>	25	107	4	0
» de galeries <i>Limnoria</i>				
<i>lignorum</i>	6 460	5 184	616	317

Ces expériences ont été reprises en 1955 sous la forme suivante :

a. D'une part deux séries de bois, de surface lisse, changés chaque mois pendant un an à partir du 19 janvier. Aucune *Chelura* n'a été trouvée sur ces bois.

b. D'autre part, deux séries de 12 bois chacune, immergées l'une le 19 janvier, l'autre le 17 février. Un bois de chaque série a été retiré de l'eau chaque mois, pendant un an. Ce n'est qu'en mai pour la première série et en juin pour la seconde que des *Chelura* sont apparues sur ces bois, soit dans les deux cas après 4 mois d'immersion, tandis que les *Limnoria* ont commencé leur attaque, quoique faiblement, dès le premier mois d'immersion.

Il est donc impossible, en utilisant des bois d'expérience lisses, de dater de façon précise la migration des *Chelura*, en raison de leur étroite dépendance vis-à-vis des *Limnoria*, dont la migration est, elle-même, limitée à certaines périodes de l'année. En outre, les populations constituées par les premières *Chelura* arrivées sur ces bois sont d'effectif insuffisant pour permettre une analyse quantitative des populations d'émigrants.

2. *Expériences avec des bois pourvus de rainures*. — A partir du 19 février 1955, j'ai immergé chaque mois et pour une durée d'un mois, une série de 12 bois, tous identiques et dont la surface était creusée de rainures régulières. J'ai constaté que, dans le cas de bois ainsi préparés, la colonisation par les *Chelura* est indépendante de la présence des *Limnoria*.

Le nombre total de *Chelura* recueillies sur chacun de ces bois se répartit ainsi :

Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juil.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Janv.
0	0	266	1047	11	1	12	7	0	0	0

C'est tout récemment que J. L. Barnard (1955) ⁽¹⁾ a montré de son côté que les *Chelura* colonisent rapidement des bois creusés de rainures. Il n'a toutefois pas utilisé de tels bois de façon méthodique pour une étude de la migration. Mes résultats, portant sur des expériences en cours depuis le début de 1955, mettent en outre en évidence, à Marseille, une migration étroitement limitée dans le temps.

3. *Composition des populations d'émigrants.* — Seule se justifie une comparaison entre les échantillons d'émigrants récoltés en mai et en juin et ceux, récoltés aux mêmes périodes, de populations établies depuis longtemps sur de vieilles épaves (populations de base). J'ai distingué cinq catégories dans ces échantillons : ♀ ovigères, ♀ mûres (oostégites pourvus de soies), ♀ immatures (oostégites sans soies), ♂, jeunes.

La comparaison, sur le tableau, des pourcentages p_1 de l'effectif de chaque catégorie par rapport à l'effectif total de chaque échantillon montre une proportion de jeunes beaucoup plus faible chez les émigrants que dans les populations de base. Par contre, la comparaison des pourcentages p_2 des mêmes catégories calculés sur les échantillons considérés sans les jeunes fait ressortir une analogie entre les émigrants et les populations de base.

			♀ ov.	♀ mat.	♀ immat.	♂.	Jeunes.	Total.
20 mai	Émigrants.	Nombre.....	128	22	3	101	12	266
		p_1 (%).....	48	8	1	38	4	—
		p_2 (%).....	50	9	1	40	—	—
	Populations de base.	Nombre.....	148	33	14	87	108	390
		p_1 (%).....	38	8	4	22	28	—
		p_2 (%).....	52	12	5	31	—	—
18 juin	Émigrants.	Nombre.....	514	134	10	345	44	1047
		p_1 (%).....	49	13	1	33	4	—
		p_2 (%).....	51	13	1	35	—	—
	Populations de base.	Nombre.....	88	37	4	83	115	327
		p_1 (%).....	27	11	1	25	35	—
		p_2 (%).....	42	17	2	39	—	—

Les résultats précédents montrent que les *Chelura* ne peuvent coloniser le bois que si elles y trouvent des galeries déjà préparées. Barnard explique

⁽¹⁾ *Ess. Nat. Sc. Hon. Capt. A. Hancock*, July 26, 1955, p. 87-98.

ce fait par leur vulnérabilité en dehors d'un abri qu'elles sont incapables de creuser seules assez rapidement. Des expériences que j'ai effectuées au laboratoire prouvent en outre que l'influence de la rugosité du bois sur leur aptitude à se fixer sur ce bois (thigmocinèse) joue un rôle non négligeable. Des études actuellement en cours préciseront ces résultats.

BIOLOGIE MARINE. — *Les fonds à laminaires du « Grand Banc » de Centuri (Cap Corse)*. Note de M. **ROGER MOLINIER**, présentée par M. Louis Fage.

A l'Ouest du petit port de Centuri, à l'extrémité nord-occidentale du Cap Corse, s'étend un vaste haut-fond, que les pêcheurs locaux appellent communément le « Grand Banc » de Centuri. Ce haut-fond (— 40 à — 50 m) s'incline en pente douce jusqu'à une profondeur de — 100 m marquant la limite du plateau continental. Au-delà, un talus à pente très abrupte conduit rapidement à des fonds de plus de 1000 m. Grâce au concours de M. Marcantoni et d'une équipe de jeunes étudiants, j'ai pu effectuer au moins d'août 1955 une série de dragages sur le « Grand Banc » de Centuri. On y distingue essentiellement trois types bionomiques de fonds : le coralligène de plateau, les fonds détritiques côtiers, les « fonds à pralines ».

1. *Le coralligène de plateau*. — Le coralligène concrétionné est particulièrement bien représenté, surtout à la partie supérieure de ce haut-fond, et comporte un bon nombre de caractéristiques faunistiques et floristiques. On y relève parmi les Bryozoaires : *Hippodiplosia fascialis*, *Porella cervicornis*, *P. concina*, *Fron dipora verrucosa*, *Myrio zoux truncatum*, *Schismopora avicularis* et divers Rétépores; parmi les Anthozoaires : *Parerythropodium coralloides*, *Eunicella graminea*, *E. cavolini*, *Muricea cameleon*, *Corallium rubrum*, *Caryophyllia smitti*, *Parazoanthus axinellæ*; parmi les Échinodermes : *Genocidaris maculata*, *Ophioconis forbesi*. Les Annélides y sont abondantes avec notamment *Serpula vermicularis*, *Lumbriconereis coccinea* et diverses espèces d'*Eunice*. On y remarque également de nombreux Spongiaires avec plusieurs espèces du genre *Axinella*.

En ce qui concerne la flore, la base des concrétionnements est formée par *Pseudolithophyllum expansum*, *Mesophyllum lichenoides*, qu'accompagnent *Cystoseira spinosa*, *C. opuntiioides* et de nombreuses espèces sciaphiles : *Udotea petiolata*, *Halimeda tuna*, *Palmophyllum crassum*, *Zanardinia collaris*, *Vidalia volubilis*.

2. *Les fonds détritiques côtiers*. — Constituées de sables grossiers, graviers, fragments de Mélobésiées ou de Bryozoaires, débris coquilliers, les formations détritiques occupent une grande partie du haut-fond de Centuri. Parmi les espèces caractéristiques, on y relève les Échinodermes *Stylocidaris affinis*, *Ophiothrix quinquemaculata*, *Echinocardium flavescens*,

le Crustacé Décapode *Eurynome aspera* et les Mollusques *Tellina balaustina*, *Pittaria rudis* et *Turritella triplicata*. Diverses espèces provenant du Coralligène de plateau y sont également présentes. De nombreux individus de *Lithophyllum solutum* indiquent la présence de courants de fond. Lorsque l'on se rapproche du rebord du plateau continental, on observe sur les fonds détritiques côtiers des Mollusques provenant des fonds détritiques du large, tels *Dentalium panormum* et *Chlamys clavata*, et même de nombreux Brachiopodes traduisant une remontée de faune épibathiale : *Terebratula vitrea*, *Terebratulina caputserpentis*.

3. Les « fonds à pralines ». — Il s'agit là de rassemblements de nodules de Mélobésiées formant des concrétionnements libres, roulés par les courants. En raison de la forme et de la dimension de ces nodules, Y. Gautier a donné à ce type de fonds le nom de « fonds à pralines ». Leur densité est variable et il est difficile d'attribuer une biocénose distincte à ce biotope sur lequel on observe essentiellement des espèces coralligènes et tout un cortège d'éléments sciaphiles divers. L'abondance, dans les dragages provenant de ces fonds, de l'Annélide tubicole *Hyalinæcia tubicola*, et de diverses espèces de Mollusques (*Turritella triplicata*, *Astarte fusca*, *Pittaria rudis*, etc.) permet de penser qu'il doit y avoir des poches de sédiments meubles ou des chenaux parcourus par des courants de fond comme l'atteste la présence de *Venus casina*.

Ce sont ces « pralines » qui constituent un support parfait pour la Laminariale *Laminaria rodriguezii* Bornet, endémique méditerranéenne qui forme à Centuri, sur le rebord du plateau continental, une vaste prairie. Rappelons que la présence de cette espèce n'a été signalée que tout récemment le long des côtes continentales de la France par M^{me} H. Huve ⁽¹⁾ au banc du Magaud (Iles d'Hyères, Var). Stériles au mois d'août, les individus récoltés à Centuri mesurent fréquemment plus de 1 m de long (112,5 cm de long sur 16,5 cm de large pour un des plus beaux spécimens, la lame de l'année atteignant 77 cm, celle de l'année précédente 33 cm, le stolon, court, n'ayant que 2,5 cm de longueur). Si la flore épiphyte de cette Laminariale paraît très pauvre (je n'ai relevé qu'un seul individu de *Dictyota dichotoma* fixé sur une lame), on y remarque par contre une riche épifaune de Bryozoaires dont je dois les déterminations à Y. Gautier. C'est ainsi que sur neuf échantillons étudiés, on note la présence de 30 espèces de Bryozoaires (21 sur les lames, 9 sur les stolons, deux d'entre elles seulement étant communes aux lames et aux stolons). Citons, parmi les plus intéressantes : *Hippothoa divaricata* var. *conferta*, *Haplopoma impressa* (fixées sur les lames), *Adeonella calveti* (fixée sur stolons). Les Algues calcaires servant de support aux Laminaires portent également

(1) *Rec. Trav. Stat. Marine Endoume*, fasc. 13, 1955.

une remarquable épifaune de Bryozoaires, avec notamment *Grammella crassimarginata*, *Hippopleurifera pulchra*, *Mollia patellaria* et *Onychocella marioni*.

Très prospère sur les « fonds à pralines », *Laminaria rodriguezii* se raréfie sur les fonds détritiques où on la rencontre fixée sur des nodules isolés d'Algues calcaires ou sur des concrétionnements de Bryozoaires. Elle se développe également sur le coralligène de plateau, mais il s'agit le plus souvent d'individus à vitalité réduite.

Parmi les espèces les plus intéressantes que ces dragages m'ont permis de récolter sur le « Grand Banc » de Centuri, je signale un Échinoderme nouveau pour la Méditerranée, *Neolampas rostellata* Agassiz (dét. M^{me} Gautier-Michaz), petit oursin connu seulement de l'Atlantique en Floride et au banc de Goringe à l'Ouest de Gibraltar. On y remarque également d'autres espèces peu communes, comme *Hydrasterias richardi* (Perrier), petite Astéride d'ailleurs récoltée également parmi les Laminaires au banc du Magaud (Iles d'Hyères) lors des dragages effectués par la Station marine d'Endoume.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Transformation de l'acide L-aspartique en α -alanine par des extraits de Desulfovibrio desulfuricans*. Note de M. JACQUES C. SENEZ et M^{me} JEANNE CATTANÉO-LACOMBE, présentée par M. Maurice Lemoigne.

Les extraits dialysés de *D. desulfuricans* (souche El Agheila Z) contiennent des transaminases et, d'autre part, un système enzymatique transformant l'acide aspartique en α -alanine. A pH 4,0, ce dernier système est seul actif.

L'un de nous ⁽¹⁾, ⁽²⁾ a signalé que la souche « Canet 41 » de *Desulfovibrio desulfuricans* ne désamine ni ne décarboxyle aucun autre aminoacide usuel que la cystéine, mais possède cependant des transaminases actives. Les expériences rapportées dans cette Note montrent que les extraits obtenus avec une souche différente (« El Agheila Z », NCIB 8380) contiennent également des transaminases et sont, de plus, capables de transformer l'acide L-aspartique en α -alanine.

Les bactéries, récoltées à partir de 41 de culture de 48 h en milieu lactate-sulfates-extrait de levure, ont été extraites par un procédé analogue à celui que Millet ⁽³⁾ a employé pour l'extraction de la pyruvique déshydrogénase de *D. desulfuricans* : les cellules (0,8 g, poids/sec) sont desséchées sous vide et sur anhydride phosphorique pendant 12 h, remises en suspension homogène dans

(¹) J. C. SENEZ, *Ann. Inst. Pasteur*, 83, 1952, p. 786.

(²) J. C. SENEZ, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 36, 1954, p. 553.

(³) *Comptes rendus*, 238, 1954, p. 408.

10 cm³ de tampon phosphatique à pH 7,5, et autolysées durant 4 h, à 32°. L'extrait est séparé des débris cellulaires par centrifugation (16 000 t/mn, 29 000 g, + 4°, 10 mn), puis dialysé pendant 4 h contre de l'eau distillée à 0°.

Le dégagement de gaz carbonique a été mesuré par la méthode de Warburg, à 37°, en tampon acide de Mc Ilwain (pH 4,0) et en tampons Sørensen (pH 6,9 et 7,4). Les systèmes manométriques avaient la composition générale suivante : phase gazeuse : air, volume total : 3,0 cm³, extrait : 1,0 cm³, tampon : 1,0 cm³, acide L-aspartique : 10 µM, ou acide glutamique : 20 µM, $\pm$ cétoacide (α -céto-glutarate ou pyruvate de Na) : 40 µM. A la fin des expériences manométriques, les réactions étaient arrêtées par l'addition de 0,1 cm³ d'acide sulfurique 3N, et les protéines coagulées étaient éliminées par centrifugation. Les aminoacides présents dans le surnageant ont été identifiés par chromatographie descendante sur papier Wathman n° 1, en employant comme solvant un mélange (⁴) phénol/NH₄OH conc./H₂O (80 : 0,3 : 20).

Résultats expérimentaux. — 1. Dans les conditions considérées, le pyruvate et l' α -cétoglutarate ne sont pas décarboxylés par l'extrait bactérien. Par contre, l'acide L-aspartique est converti en α -alanine, avec dégagement de gaz carbonique.

2. A pH 6,9 et 7,4, la formation de gaz carbonique et d' α -alanine à partir de l'acide aspartique sont beaucoup plus rapides en présence qu'en l'absence de cétoacides. D'autre part, en présence d' α -cétoglutarate, cette réaction ne se produit pas seule, mais s'accompagne d'une transamination donnant naissance à de l'acide glutamique. Dans les systèmes-témoins glutamique-pyruvique, on n'observe pas de dégagement de gaz carbonique, mais les chromatogrammes mettent en évidence la formation d' α -alanine, qui résulte manifestement d'un processus de transamination.

3. A pH 4,0, les transaminases sont complètement inactives et la conversion de l'acide aspartique en α -alanine se produit seule. La vitesse de cette dernière réaction est beaucoup plus élevée qu'à pH 6,9 ou 7,4, et, de plus, n'est pas accrue par l'addition de cétoacides. Les quantités de gaz carbonique produites sont d'une molécule par molécule d'acide aspartique (acide L-aspartique : 10 µM; CO₂ dégagé : 9,5 µM). En milieu acide, enfin, la formation d' α -alanine par transamination, dans les systèmes-témoins glutamique-pyruvate, est totalement inhibée.

Discussion. — L'effet des cétoacides sur la formation de l' α -alanine et la mise en évidence de transaminases dans l'extrait bactérien sont des arguments en faveur de l'hypothèse suivant laquelle l' α -alanine ne proviendrait pas d'une simple décarboxylation de l'acide aspartique, mais d'une chaîne complexe

(⁴) R. B. ROBERTS, P. H. ABELSON, D. B. COWIE, E. T. BOLTON et R. J. BRITTEN, *Studies of biosynthesis in Escherichia coli* (Carnegie Institution of Washington. Publication 607, Washington, 1955).

de réactions, où les cétoacides joueraient un rôle catalytique : *a.* transamination de l'acide aspartique sur un cétoacide, avec formation d'oxalacétate et d'un aminoacide intermédiaire; *b.* décarboxylation de l'oxalacétate en pyruvate; *c.* transamination de l'acide aspartique sur le pyruvate, régénérant le cétoacide initial et donnant finalement naissance à l' α -alanine.

Cependant, les observations faites à pH 4,0 s'opposent à cette interprétation. Elles montrent, en effet, que la conversion de l'acide aspartique en α -alanine s'effectue de façon optimale dans des conditions où les transaminases sont inhibées et où, en particulier, l'extrait ne forme pas d' α -alanine en présence d'acide glutamique et de pyruvate. Il semble donc que l' α -alanine résulte d'une ω -décarboxylation directe de l'acide aspartique, par un processus identique à celui que Meister (⁵) a décrit chez :

Clostridium welchii :



D'après Meister, l'activation de cette réaction par les cétoacides ne serait pas due à une transamination intermédiaire de l'acide aspartique, mais à une transamination du pyridoxamine-phosphate en pyridoxal-phosphate, forme active du coenzyme qui intervient dans l' ω -décarboxylation de l'acide aspartique.

Dans le cas de *D. desulfuricans*, l'activation de l'extrait à pH 6,9 et 7,4 peut relever de cette cause. Toutefois, il est intéressant de noter qu'à pH 4,0, les cétoacides n'ont pas d'effet sur la conversion de l'acide aspartique en α -alanine.

PHARMACODYNAMIE. — *Action inhibitrice de l'acide méthyl-3 pentène-3 oïque vis-à-vis de la biogénèse du cholestérol chez le Rat.* Note (*) de MM. CHARLES MENTZER, GEORGES ZWINGELSTEIN et JACQUES JOUANNEAU, présentée par M. Marcel Delépine.

Alors que l'acide diméthylacrylique est un précurseur du cholestérol, son analogue structural provenant du remplacement dans cette molécule d'un reste méthyle par un « éthyle », et de la migration de la double liaison, exerce une action inhibitrice vis-à-vis de la biosynthèse de ce stérol chez le Rat blanc.

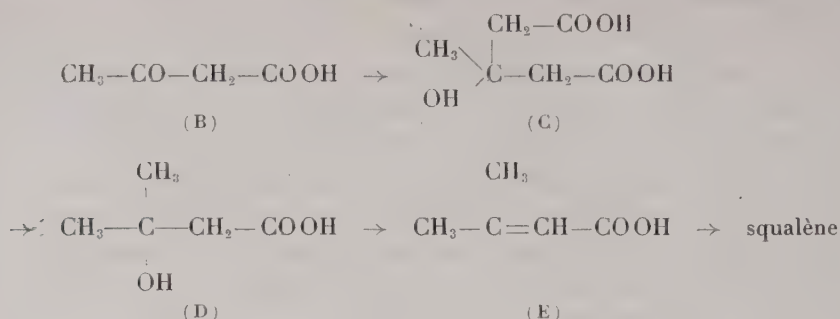
Le rôle du cholestérol dans le développement de l'artériosclérose (¹) a récemment attiré l'attention des biochimistes sur les moyens de contrôle éventuellement applicables à la biosynthèse de ce constituant fondamental de la matière vivante. Il semble maintenant bien établi que les étapes successives de

(⁵) *J. Biol. Chem.*, 189, 1951, p. 577.

(*) Séance du 6 février 1956.

(¹) I. H. PAGE, *Circulation*, 10, 1954, p. 1.

cette biosynthèse constituent une véritable « chaîne de réactions » allant de l'acide acétique au squalène en passant par les intermédiaires suivants ⁽²⁾ :



L'évolution ultérieure du squalène est encore mal connue; par contre, les transformations conduisant de l'acide B à E reposent sur des faits qui se recoupent d'une façon satisfaisante ⁽³⁾. Nous avons pensé qu'en intégrant dans cette chaîne de réactions une molécule antagoniste de l'un des précurseurs, il devait être possible de bloquer l'ensemble du mécanisme et, par conséquent, d'inhiber la biogénèse du cholestérol lui-même. Il est évident que le blocage ne doit pas porter sur les premiers chaînons (acide acétique et acétylacétique) qui sont le point de départ non seulement des stérols, mais d'un grand nombre d'autres chaînes métaboliques d'une importance fondamentale pour l'organisme dans son ensemble. L'acide diméthylacrylique (E), par contre, dont la structure est nettement différenciée dans le sens des stérols, a retenu tout particulièrement notre attention en raison des multiples transformations que le chimiste peut faire subir par ailleurs à cette intéressante molécule.

Dans la recherche des antagonistes, nous avons appliqué les principes généraux de l'analogie structurale précédemment énoncés par l'un de nous ⁽⁴⁾ et appliqués en collaboration avec P. Meunier à la série des antivitamines K ⁽⁵⁾. Il est en effet possible de prévoir que certains composés apparentés à l'acide diméthylacrylique pourront détourner à leur profit l'enzyme responsable de la transformation ultérieure de ce précurseur et inhiber de cette façon la biosynthèse du cholestérol lui-même. L'acide β -méthyl-cinnamique, $\text{C}_6\text{H}_5\text{—C=CH—COOH}$ que nous avons tout d'abord essayé dans ce but

s'est révélé inactif chez l'animal. Par contre, le mélange d'acides résultant de

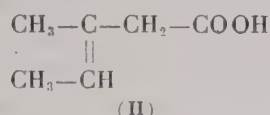
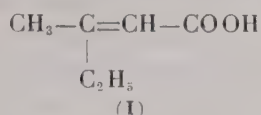
⁽²⁾ R. B. WOODWARD et K. BLOCH, *J. Amer. Chem. Soc.*, **75**, 1953, p. 2023.

⁽³⁾ *Nutrition Rev.*, **13**, 1955, p. 310.

⁽⁴⁾ C. MENTZER, *Actualités Pharmacologiques* (R. Hazard), 1950, p. 159 et 1954, p. 187.

⁽⁵⁾ P. MEUNIER, *Les Antivitamines* (*Fortschritte der Chemie organischer Naturstoffe*, **9**, 1952, p. 88-113).

l'action du monobromacétate d'éthyle sur la méthyl-éthylcétone en présence de zinc selon Reformatzky diminue très nettement la teneur en cholestérol hépatique et sanguin chez le Rat. En partant de ce mélange, il nous a été possible d'isoler l'acide méthyl-3 pentène-2 oïque (I) qui est lui-même inactif. Par contre, l'isomère β , γ -éthylénique [acide méthyl-3 pentène-3 oïque (II)] que nous avons préparé à l'état pur selon la technique de Kon et Linstead ⁽⁶⁾ présente une activité maximum, comme le montrent les résultats ci-après :



Les expériences ont porté sur quatre groupes de 30 rats blancs « Wistar » d'un poids moyen de 50-60 g par animal. Les composés à étudier ont été administrés *per os*, à la pipette, en solution bicarbonatée, à raison de 30 mg par jour et par 100 g d'animal, pendant un mois. Le cholestérol hépatique et sanguin a été dosé selon la technique classique de Liebermann. Dans une première série d'essais, les résultats suivants ont été obtenus ⁽⁷⁾ :

	Teneur en cholestérol sanguin.
Témoins (30 rats).....	82 mg % < 85 mg % < 88 mg %
Traités par le composé II (30 rats).....	71 mg % < 74 mg % < 77 mg %

et dans une deuxième série d'essais :

Témoins (30 rats).....	79 mg % < 83 mg % < 87 mg %
Traités par le composé I (30 rats).....	81 mg % < 84 mg % < 87 mg %

Les dosages de cholestérol hépatique indiquent une diminution de 30 % du taux de cholestérol chez les animaux traités par l'acide méthyl-3 pentène-3 oïque ⁽⁸⁾.

VIROLOGIE. — *Premiers résultats de l'étude de l'action de diverses hormones et du nucléinate de sodium sur le virus rabique.* Note de M. **GEORGES THIERY**, transmise par M. Gaston Ramon.

Au cours de deux années passées en Afrique Occidentale Française, nous avons constaté, indépendamment de la forme clinique, quelques

⁽⁶⁾ G. A. R. KON et R. P. LINSTAD, *J. Chem. Soc.*, 127, 1925, p. 616.

⁽⁷⁾ L'erreur moyenne a été calculée au moyen de la relation $\varepsilon = 2,05 \sqrt{\frac{\sigma^2}{30}}$ dans laquelle σ^2 correspond à la variance de la distribution.

⁽⁸⁾ Des résultats plus détaillés paraîtront ultérieurement dans le Bulletin de la Société de Chimie biologique.

particularités de la rage des carnivores selon les saisons : par rapport au reste de l'année, la maladie évolue plus lentement et les corps de Négri sont pratiquement constants pendant la période d'hivernage. Cette modification de l'affection s'observe également, mais d'une manière très discrète, sur les souris d'expériences.

La recherche des causes de ces variations saisonnières nous a conduit naturellement à incriminer des facteurs humoraux et hormonaux. En effet, pendant l'hivernage, l'augmentation considérable de l'hygrométrie tandis que la température reste élevée produit une réaction hypothalamique de défense. Cette réaction, par son intensité et sa durée, s'effectue aux dépens des autres réactions hypothalamo-hypophysaires dont on retrouve les stigmates dans le reste de l'organisme. Le virus rabique trouve ainsi un terrain particulier à cette époque de l'année.

L'expérimentation a été poursuivie avec la souche de Souris blanches du Laboratoire Fédéral de l'Élevage de Dakar. Ces animaux ont été importés depuis longtemps au Sénégal. Leur vie en climat tropical et leur alimentation souvent déséquilibrée ont modifié leur réactions organiques : après l'inoculation intracérébrale de virus rabique des rues, la mort ne se produit qu'après un délai de 11 à 14 jours, alors que les Souris blanches suisses récemment importées et infectées de la même manière décèdent du 7^e au 9^e jour.

Les résultats les plus nets sont obtenus lorsque l'on inocule de fortes dilutions de virus. L'on peut ainsi déterminer des dilutions de virus des rues ou de virus fixe qui par inoculation intracérébrale n'entraînent la mort d'aucun mâle adulte tandis que les femelles de même âge deviennent enrégées. L'implantation de 10 mg de folliculine à des souris femelles une semaine avant l'infection raccourcit l'incubation dans des proportions considérables pouvant atteindre les deux tiers, plus rarement la moitié de celle des témoins, que l'inoculation soit faite par voie intramusculaire ou par voie intracérébrale, et dans ce dernier cas aussi bien avec le virus des rues qu'avec le virus fixe. L'on peut dès lors comprendre certaines incubations particulièrement courtes.

L'injection journalière de folliculine à des mâles adultes dès l'inoculation intracérébrale ne raccourcit pratiquement pas l'évolution de la rage, de même que la mise en contact du virus avec une suspension de cristaux de cette hormone ne change pas la durée de l'incubation; ce qui montre le rôle essentiel du terrain et non l'action directe de la folliculine.

L'injection journalière à partir de la date de l'inoculation intracérébrale de fortes doses d'hormone somatotrope, de cortisone et de testostérone ne semble pas influencer l'évolution de la rage, au contraire, la progestérone et la désoxycorticostérone prolongent d'une manière très discrète la période d'incubation et surtout la survie à partir de la paralysie

(les souris paralysées peuvent survivre deux à trois jours lors d'injection de progestérone). Nous n'avons pas encore expérimenté l'action de ces hormones par implantation de fortes doses avant l'inoculation du virus, mais d'après ce qui se passe pour la folliculine, elle doit être beaucoup plus marquée.

L'étude histochimique des gigantesques corps de Négri que l'on rencontre dans la rage d'évolution lente en Afrique Occidentale Française permet d'identifier la présence de ribonucléoprotéines en abondance, d'une trace de désoxyribonucléoprotéines et d'histones; c'est pourquoi nous avons cherché à vicier le métabolisme du virus avec des acides nucléiques légèrement différents de ceux des cellules nerveuses. Au cours de ces premiers essais, nous nous sommes adressé au nucléinate de sodium.

Nous avons mis en contact le virus rabique avec une solution à 1 % de nucléinate de sodium à pH 7 dans l'étuve à 37° C pendant 2 h. L'inoculation intracérébrale du mélange produit un choc intense mais ne tue pas les souris. L'évolution de la rage par cette voie d'infection n'est pas modifiée; par contre, l'inoculation intramusculaire, et ceci est très net pour les dilutions élevées, produit une rage d'évolution plus lente. Le pourcentage des animaux affectés est nettement abaissé. L'atténuation de la virulence par voie intramusculaire lors d'un traitement semblable au deuxième passage est encore plus marquée. On pourrait penser que le virus se fixe rapidement par ce procédé. Il ne le semble pas car la virulence par voie intracérébrale n'est pas augmentée tandis qu'elle s'atténue par voie intramusculaire; de plus, il existe des corps de Négri dans l'encéphale et non des lésions nucléaires du type de celles que crée le virus fixe.

Au cours de cette première série d'expériences, il a été mis en évidence une résistance particulière au virus rabique d'une souche de Souris blanches, dont l'étude permettra de déterminer certains facteurs susceptibles d'influencer le virus. Il a été noté l'action stimulante de la folliculine par modification du terrain que constitue l'animal infecté. Cette constatation est à rapprocher de l'action déclenchante de cette hormone lors de l'infection des équidés par le virus de l'anémie infectieuse. La progestérone semble douée d'un pouvoir inverse; ce qui ne doit pas surprendre puisque certains de ses dérivés sont des anesthésiques. La recherche parmi les facteurs métaboliques et humoraux influencés par ces hormones de ceux qui possèdent une action sur le virus rabique fournira de précieuses indications sur les agents susceptibles de modifier sa virulence. Enfin, l'action directe d'acides nucléiques permet d'envisager une méthode de transformation du virus rabique et peut-être de tous ceux qui produisent des inclusions cellulaires dont la composition chimique est semblable à celle des corps de Négri.

SÉROLOGIE. — *Étude des effets humoraux de l'adrénaline*. II. Note (*)
de MM. MICHEL GLEYE et GEORGES SANDOR, présentée par
M. Jacques Tréfouël.

Sous l'effet de l'adrénaline la fiche réticulo-endothéliale se déplace très fortement vers la région acide. La proportion des α -globulines sériques augmente aussi, mais ce processus semble moins constant.

Dans une Note antérieure nous avons montré que sous l'effet de l'adrénaline le rapport : globulines-albumine, augmente sensiblement (1). La présente étude est consacrée aux sous-fractions globuliniques.

Il s'agit toujours de cobayes mâles adultes. Nous avons tracé les diagrammes de solubilité des protéines en fonction du pH en présence de forces ioniques réduites (fiche réticulo-endothéliale) et, dans un certain nombre de cas, l'électrophorèse en frontières a été effectuée dans l'appareil de Tiselius. Les lipides totaux ont été dosés par l'extraction par l'alcool-éther à chaud et les glucides liés aux protéides, après dialyse du sérum, par la méthode de M. Soerensen et G. Haugaard (2). On injecte dans une journée par plusieurs doses 0,5 mg d'adrénaline dissous dans 5 ml d'eau physiologique par la voie péritonéale. L'opération est répétée deux fois encore à 48 heures d'intervalle.

Nous avons examiné le sérum pris deux jours après la dernière injection. Un autre lot de cobayes reçoit simultanément les mêmes quantités d'eau physiologique sans adrénaline dans les mêmes conditions. Le sang est pris par ponction cardiaque.

L'étude s'étend sur 108 cobayes. Comme le cobaye, animal herbivore, est constamment en état postprandial, nous avons vérifié, tout d'abord, sur 9 cobayes que 48 h de jeûne ne modifie pas la fiche réticulo-endothéliale. Sur 24 autres cobayes il a été démontré que les saignées seules, dans les conditions opérées, n'ont aucune influence. 42 animaux ont été traités par l'adrénaline. Pendant l'été chez 60 % environ seulement, on observe une forte déviation de la fiche réticulo-endothéliale vers la région acide, pendant l'hiver cette déviation s'observe chez tous les cobayes traités. De la figure ci-jointe il découle que, simultanément, le taux des euglobulines augmente considérablement et double le plus souvent. 33 cobayes ont été traités par l'eau physiologique ou la solution de Ringer-Locke. Pendant l'été l'injection d'eau physiologique n'a pratiquement pas d'influence, alors que pendant l'hiver 85 % environ des cobayes traités présentent une déviation de la fiche réticulo-endothéliale vers la région

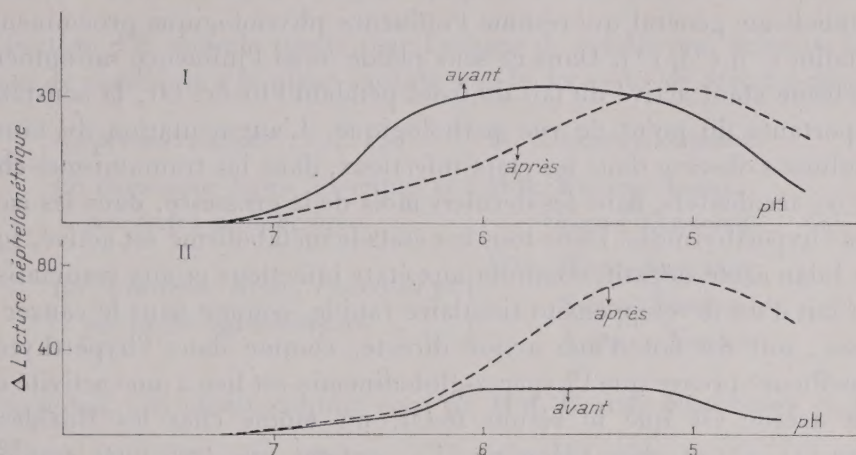
(*) Séance du 6 février 1956.

(1) M. GLEYE et G. SANDOR, *Comptes rendus*, 239, 1954, p. 1716.

(2) *Biochem. Z.*, 260, 1933, p. 247.

acide. On ne tire aucun bénéfice de l'emploi de la solution de Ringer-Locke.

La fiche réticulo-endothéliale reproduit en grande règle le diagramme électrophorétique des globulines. A son déplacement vers la région acide corres-



Fiche réticuloendothéliale d'un cobaye traité par l'adrénaline.

Dans la figure 1 les deux diagrammes sont réduits proportionnellement à la même hauteur.

pond, en particulier, une augmentation du rapport : α -globulines/globulines totales ⁽³⁾. L'électrophorèse en frontières, effectuée sur les mélanges de sérums de deux lots de douze cobayes a donné les résultats suivants :

	Avant traitement.	Eau physiologique.	Adréna- line.
Rapport : α/A { 1 ^{re} série.....	0,43	0,55	0,47
2 ^e série.....	0,54	0,66	0,80

α/A , α -globuline/albumine.

La faible augmentation observée dans la première série est dans les limites des causes d'erreur. Par contre, pour la deuxième série, l'augmentation déjà indiscutable pour l'eau physiologique, est considérable après traitement par l'adrénaline.

D'après les résultats préliminaires, le taux des lipides sériques ne semble pas augmenter sous l'effet de l'adrénaline. Celui des glucides liés aux protéides remonte de 15 à 20 %. Mais comme la plupart des glucides sont liés aux globulines et que le taux de ces dernières augmente sous l'effet de l'adrénaline ⁽¹⁾, nous avons établi le rapport : glucides/globulines, avant et après traitement par l'adrénaline. Or ce rapport ne se modifie pas. Donc la proportion des gluco-protéides augmente parallèlement avec celle des globulines.

⁽³⁾ G. SANDOR, G. LAGRUE, Y. LE BOT et Y. SABETAY, *Ann. Inst. Pasteur*, 85, 1953, p. 646.

Nous avons démontré grâce à la fiche réticulo-endothéliale que la teneur en α -globulines du sérum augmente chez le Cobaye sous l'effet de l'adrénaline. Cet effet, comme la diminution du taux de l'albumine rapportée antérieurement ⁽⁴⁾ doivent être attribués logiquement à l'augmentation considérable du métabolisme général qui résume l'influence physiologique proéminente de l'adrénaline ⁽⁴⁾, ⁽⁵⁾, ⁽⁶⁾. Dans ce sens plaide aussi l'influence saisonnière, le métabolisme étant activé du fait du froid pendant l'hiver. Or, la constatation est importante du point de vue pathologique. L'augmentation du taux des α -globulines s'observe dans les états infectieux, dans les traumatismes chirurgicaux ou accidentels, dans les derniers mois de la grossesse, dans les cancers et dans l'hyperthyroïdie. Dans tous ces états le métabolisme est activé, soit du fait du bilan azoté négatif, commun aux états infectieux et aux traumatismes, soit du fait d'un développement tissulaire rapide, comme dans le cancer et la grossesse, soit du fait d'une action directe, comme dans l'hyperthyroïdie. Et la meilleure preuve que l'hyper- α -globulinémie est liée à une activité métabolique accrue est que le sérum fœtal, au moins chez les Bovidés, les Équidés ⁽⁷⁾, ⁽⁸⁾ et chez l'Homme ⁽⁹⁾, contient une très forte proportion d' α -globulines. Notre résultat concernant l'adrénaline renforce donc cette hypothèse pathogénique. L'hypersécrétion des α -globulines, faisant suite à l'appel des tissus aux métabolites pourrait s'expliquer si l'on admet avec certains auteurs ⁽¹⁰⁾, ⁽¹¹⁾ que les α -globulines interviennent comme des « transporteurs » de métabolites entre les lieux de production de ces derniers et leur lieu de consommation.

En ce qui concerne l'eau physiologique, rappelons qu'il a été déjà constaté que le taux des glucoprotéides augmente sous son effet ⁽¹²⁾, ⁽¹³⁾.

A 16 h l'Académie se forme en Comité secret.

⁽⁴⁾ C. F. CORI et G. T. CORI, *Proc. Soc. Exp. Biol. and Med.*, 27, 1930, p. 560.

⁽⁵⁾ K. H. BEYER, *Physiol. Rev.*, 26, 1946, p. 169.

⁽⁶⁾ E. ROTHLIN et A. CERLETTI, *Helv. Physiol. et Pharmacol. Acta*, 10, 1952, C 24.

⁽⁷⁾ E. JAMESON, C. ALVAREZ-TOSTADO et H. H. SARTOR, *Proc. Soc. Exp. Biol. and Med.*, 51, 1942, p. 163.

⁽⁸⁾ A. E. PIERCE, *The Journal of Hygiene*, 53, 1955, p. 247.

⁽⁹⁾ N. H. MARTIN, *Lancet*, 2, 1954, p. 1094.

⁽¹⁰⁾ H. BENNHOLD, *Verh. Deutschen Ges. inn. Med.*, XLII^e Congrès, Wiesbaden, 1930.

⁽¹¹⁾ P. GRABAR, *Les globulines du sérum sanguin*, Desoer, Liège, 1947.

⁽¹²⁾ H. E. WEIMER et J. REDLICH-MOSHIN, *Proc. Soc. Exp. Biol. and Med.*, 84, 1953, p. 34.

⁽¹³⁾ M. R. SHETLAR et C. L. SHETLAR, *Proc. Soc. Exp. Biol. and Med.*, 88, 1955, p. 621.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Économie rurale, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Maurice Javillier* :

En première ligne..... M. **CLÉMENT BRESSOU.**

*En deuxième ligne, ex-æquo et
par ordre alphabétique*..... { MM. **EUGÈNE AUBEL.**
ÉMILE TERROINE.

*En troisième ligne, ex-æquo et
par ordre alphabétique*..... { MM. **HENRI SIMONNET.**
ANDRÉ THOMAS.
ACHILLE URBAIN.

A ces noms, l'Académie adjoint ceux de MM. **CLAUDE FROMAGEOT** et **ANDRÉ PRÉVOT.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance.

Sur la proposition du Comité National de Géologie, la délégation française au **XX^e CONGRÈS GÉOLOGIQUE INTERNATIONAL** qui aura lieu à Mexico du 4 au 11 septembre 1956, est ainsi composée :

MM. **CHARLES JACOB**, Membre de l'Académie, **GASTON DELÉPINE**, **HENRI BESAIRIE**, **LOUIS ROYER**, Correspondants, **ROBERT LAFFITTE**, **CAMILLE ARAMBOURG**, **JACQUES AVIAS**, **LOUIS BARRABÉ**, **FREDÉRIC BERGOUNIOUX**, **GASTON BETIER**, **FERNAND BLONDEL**, **MARCEL CASTERAS**, **RAYMOND CIRY**, **JEAN CUVILLIER**, **MARIUS DALLONI**, **GEORGES DROUIN**, **LOUIS DUBERTRET**, **JACQUES FLANDRIN**, **EDMOND FRIEDEL**, **RAYMOND FURON**, **BERNARD GÈZE**, **LOUIS GLANGEAUD**, **JEAN GOGUEL**, M^{me} **YVONNE GÜBLER**, MM. **ROBERT HOFFSTETTER**, **PIERRE HUPÉ**, **PIERRE LAFFITTE**, **PIERRE LAPADU-HARGUES**, **RAYMOND LÉVY**, **GABRIEL LUCAS**, **JEAN MARÇAIS**, **LÉON MIGAUX**, **LOUIS NELTNER**, **MAURICE NICKLÈS**, **JEAN ORCEL**, **ÉDOUARD ROCH**, **JEAN ROGER**, **MAURICE ROQUES**, **MARCEL ROUBAULT**, **PIERRE ROUTHIER**, **JEAN TENAILLE**, **HENRI TERMIER**, **JEAN WYART.**

La séance est levée à 17 h 40 m.

R. C.

ERRATA.

(Comptes rendus du 7 novembre 1955.)

Note présentée le même jour, de M. *Shin-Ichi Matsushita*, Sur la décomposition de F. Riesz. I. :

Page 1253, 15^e ligne, au lieu de $0 \geq \int_E g(-\Delta f_j) dx$, lire $0 \leq \int_E g(-\Delta f_j) dx$ et au lieu de $\rightarrow \int_E f(-\Delta g) dx$, lire $\rightarrow \int_E f(-\Delta g) dx = \langle \Phi_D(f) \rangle(g)$;

17^e, 18^e et 19^e lignes, au lieu de $\varphi_D(f)$, lire $\Phi_D(f)$;

25^e ligne, au lieu de $\varphi_D(f)$, lire $\Phi_D(f)$;

31^e ligne, au lieu de $d\varphi_D(U^\mu)$, lire $d\Phi_D(U^\mu)$.